



Cláudia Alexandra Mendes da Silva

Licenciada em Ciências de Engenharia e Gestão Industrial

Comparação de Testes de Qualidade de Ajustamento para Controlo Estatístico do Processo numa Unidade Industrial da Indústria Automóvel

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Radu Godina,
Professor Auxiliar Convidado, FCT-NOVA

Júri:

Presidente: Profesora Doutora Ana Paula Ferreira Barroso
Arguente: Professor Doutor Izunildo Fernandes Cabral
Vogal: Professor Doutor Radu Godina



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março, 2020

Comparação de Testes de Qualidade de Ajustamento para Controlo Estatístico do Processo numa Unidade Industrial da Indústria Automóvel

Copyright © Cláudia Alexandra Mendes da Silva, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

A realização da presente dissertação só foi possível graças àqueles que me apoiaram, que me acompanharam neste percurso e contribuíram para o meu crescimento, aprendizagem e evolução. Por isso, não poderiam deixar de reconhecer e agradecer àqueles que tiveram este papel preponderante.

Assim sendo, primeiramente tenho de agradecer ao Professor Doutor Radu Godina por não hesitar quando foi inquirido sobre a possibilidade de me acompanhar e ter tornado possível a realização desta dissertação. Pelo apoio incansável, disponibilidade e encorajamento, mesmo nas alturas mais stressantes.

Gostaria também de agradecer à Professora Doutora Ana Sofia Matos pela compreensão e apoio numa das alturas em que me senti mais perdida.

À minha família, mãe, pai, irmão, avó, tios e primos, por sempre contribuírem com o suporte, carinho e força tanto ao longo da minha vida académica, como pessoal. Mas acima de tudo pela paciência, pelo amor incondicional e atenção sem reservas.

À Sara, por me acompanhar na maioria das incursões para a realização desta dissertação, pelo auxílio constante, pela companhia de desespero, por todas as palavras certas nos momentos errados e erradas nos momentos certos.

À Ana anã, à Alex, à Grinch e todos os outros amigos que me acompanham há muitos anos, pela paciência, conforto emocional, por me motivarem e se preocuparem.

Aos meus colegas académicos que se tornaram amigos para a vida: Vilas, Tomás, Ana, Mafalda, Casaleiro, Filipa, Abrantes, Machado, Aparício, Marta, Vilarinho, pelas palavras de incentivo e por me acompanharem nesta aventura que foi a faculdade e que culminou nesta dissertação.

RESUMO

Com a crescente globalização, os padrões de qualidade aceitáveis por parte dos consumidores têm um papel preponderante na maneira como a produção é assegurada e regulada. Sendo necessário a adoção de estratégias para controlar e melhorar os processos, para assegurar a qualidade da produção, como o Controlo Estatístico do Processo.

A presente dissertação centra-se no facto de ser utilizado, em diversas ferramentas do Controlo Estatístico do Processo, o pressuposto de que o processo deve seguir uma distribuição normal, com vista à confiança de que terá o desempenho esperado quando em controlo estatístico, em especial as taxas de falsos alarmes.

Tomando como exemplo uma peça de plástico fabricada por uma PME portuguesa que atua na indústria automóvel, foi testada a evidência de que as populações amostrais seguem uma distribuição normal.

Para este fim foram utilizados e comparados seis testes não-paramétricos para testar a normalidade dos dados. Sendo que alguns deles se esperavam mais sensíveis que outros na deteção de desvios da normalidade.

Os resultados para dois de três cenários com a mesma característica dimensional confirmam que alguns testes de ajustamento rejeitam a hipótese nula, e que, como tal, os dados das amostras obtidas não derivam de uma população com distribuição normal.

Sendo ainda verificado que, através da avaliação das representações gráficas de diversos testes, pode comprovar-se um afastamento da amostra à reta tendência, levando à rejeição da hipótese nula e com isso a rejeição do pressuposto de normalidade.

Isso, por sua vez, fornece ao profissional as ferramentas para selecionar o teste de ajustamento mais adequado, a fim de garantir um controlo mais preciso do processo.

Palavras-Chave: Qualidade, Controlo Estatístico do Processo, Pressuposto da Normalidade, Cartas de Controlo

ABSTRACT

With increasing globalization, acceptable quality standards to consumers play a major role in the way production is ensured and regulated. It's necessary to adopt strategies to control and improve processes so that one may guarantee the quality of the production, such as Statistical Process Control.

This work focuses on the fact that, it's vital for several tools of Statistical Process Control, the assumption that the process is following a normal distribution, in order to trust that it will perform as expected when in statistical control, if not, it will affect false alarm rates.

A piece manufactured in a Portuguese small and medium-sized enterprises (SME) that operates in the automotive industry is used as an example to test if the sample distributions follow a normal distribution.

For this purpose, six goodness-of-fit tests were considered and then compared to test the normality of the data. Some of these goodness-of-fit tests were expected to be more sensible than others in detecting departures from normality.

The results for two in three scenarios of the same dimensional characteristic show that some goodness-of-fit tests reject the null hypothesis, and that data from the obtained samples do not derive from a population with normal distribution, while others don't reject the null hypothesis.

It also shows, through the evaluation of the graphical representations, that it is possible to prove a departure from the sample's trend, achieving the rejection of the null hypothesis and the rejection of the assumption of normality. This, in turn, gives the practitioner the tools to select the fittest goodness-of-fit test in order to ensure a more accurate monitoring of the process.

Keywords: Quality, Statistical Process Control, Assumption of Normality, Control Charts

ÍNDICE

1	Introdução.....	1
1.1	Enquadramento	1
1.2	Objetivos.....	3
1.3	Metodologia de estudo	3
1.4	Estrutura do trabalho.....	4
1.5	Notação.....	4
2	Qualidade e Controlo Estatístico	7
2.1	Qualidade	7
2.2	Melhoria da Qualidade	11
2.3	Importância da satisfação do cliente.....	13
2.4	Consequências da má qualidade	14
2.5	Redução da Variância	16
2.6	Controlo Estatístico do Processo	17
2.6.1	O Processo.....	17
2.6.2	SPC: o que é e para que serve?	18
2.7	Exatidão e Precisão.....	21
2.8	Cartas de Controlo.....	22
2.9	<i>Avarage Run Lenght (ARL)</i>	27
2.10	Tipos de Cartas de Controlo	28
2.11	Cartas de Controlo para a Média e Amplitude.....	30
2.11.1	Estimação da média e variabilidade do processo	30
2.11.2	Limites de Controlo para a Média	31
2.11.3	Limites de Controlo para a Amplitude	33
2.12	Regras para a deteção de causas especiais	34
2.13	Capacidade do Processo.....	35
2.13.1	Índice Cp	36
2.13.2	Índice Cpk	37
2.13.3	Índices Cpm e Cpmk	37
2.14	Condições de Utilização das Cartas de Controlo	38
2.14.1	Aleatoriedade dos Dados.....	38
2.14.2	Independência dos Dados.....	38

2.14.3	Normalidade dos Dados	38
3	Testes não-Paramétricos de Normalidade	41
3.1	Testes de ajustamento a uma função de distribuição empírica	42
3.1.1	Kolmogorov-Smirnov.....	42
3.1.2	Lilliefors.....	43
3.1.3	Cramer-von Mises	44
3.1.4	Anderson-Darling.....	44
3.2	Testes de Regressão.....	45
3.2.1	Shapiro-Wilk.....	46
3.3	Testes de momento	47
3.3.1	D'Agostino Pearson	48
3.3.2	Jarque-Bera	49
4	A Unidade Industrial e o Caso.....	51
4.1	Descrição do caso	51
4.2	Descrição da simulação e do objetivo	51
5	Resultados	55
5.1	CASO I	55
5.2	CASO II.....	57
5.3	CASO III.....	59
5.4	Estudo dos gráficos de frequências	61
6	Conclusão e perspectivas de trabalhos futuros.....	66
6.1	Trabalhos futuros	68
6.2	Contribuições de pesquisa resultantes deste trabalho.....	69
6.2.1	Artigo de Conferencia.....	69
	Bibliografia.....	71
	Anexo A	76
	Anexo B	77
	Anexo C	83
	Anexo D	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1- Ciclo PDCA	12
Figura 2.2- Custos ao longo das várias fases de deteção.....	15
Figura 2.3- a) Custos de garantia para transmissões b) Distribuição de dimensões críticas	16
Figura 2.4- Medidas e drivers do Processo	18
Figura 2.5 - O pensamento estatístico para a melhoria da qualidade.....	19
Figura 2.6- Exatidão vs. Precisão.....	22
Figura 2.7- Carta de Controlo	24
Figura 2.8 - Fluxograma das etapas para a construção de uma Carta de Controlo (Fase 1).....	26
Figura 2.9 - Fluxograma das etapas para a construção de uma Carta de Controlo (Fase 2).....	27
Figura 2.10- Tipos de Cartas de Controlo.....	29
Figura 2.11- Testes para deteção de causas especiais.....	34
Figura 2.12- Regras para a deteção de causas especiais.....	35
Figura 4.1- Carta de Controlo para a Média	53
Figura 4.2 - Carta de Controlo para a Amplitude	54
Figura 5.1 - Resultados (caso I) dos testes a) de Lilliefors b) de Anderson- Darling c) de Shapiro-Wilk d) de Cramer-von Mises.....	57
Figura 5.2- Resultados (caso II) dos testes a) de Lilliefors b) de Anderson- Darling c) de Shapiro-Wilk d) de Cramer-von Mises.....	59
Figura 5.3- Resultados (Caso III) dos testes a) de Lilliefors b) de Anderson- Darling c) de Shapiro-Wilk d) de Cramer-von Mises.....	61
Figura 5.4 - Resultados teste Lilliefors a) Cenário 1 b) Cenário 2 c) Cenário 3 d) Cenário 4	62
Figura 5.5- Resultados teste Anderson-Darling a) Cenário 1 b) Cenário 2 c) Cenário 3 d) Cenário 4	63
Figura 5.6- Resultados teste Shapiro-Wilk a) Cenário 1 b) Cenário 2 c) Cenário 3 d) Cenário 4	64

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1 - Limites das Cartas de Controlo, Capacidade do Processo e ARL (Caso I)	54
Tabela 5.1- Resultados dos testes não-paramétricos do Caso I	56
Tabela 5.2- Resultados dos testes não-paramétricos - Caso II.....	58
Tabela 5.3- Resultados dos testes não-paramétricos - Caso III	59
Tabela 5.4- Limites, Cpk e ARL	61
Tabela 5.5 - Estatísticas e p-values teste não-paramétrico Anderson-Darling	62
Tabela 5.6 - Estatísticas e p-values teste não-paramétrico Shapiro-Wilk ...	64

ACRÓNIMOS E SIGLAS

ARL	<i>Average Run Lenght</i>
ASQC	<i>American Society for Quality Control</i>
CMM	<i>Coordinate Measuring Machine</i>
EUA	Estados Unidos da América
ISO	<i>International Standards Organization</i>
JUSE	Union of Japanese Scientists and Engineers
LC	Linha Central
LIE	Limite Inferior de Especificação
LSE	Limite Superior de Especificação
PDCA	<i>Plan, Do, Check, Act</i>
SPC	<i>Statistical Process Control</i>
TQM	<i>Total Quality Management</i>

1 Introdução

Neste primeiro capítulo pretende-se expor o enquadramento do trabalho realizado, os objetivos a alcançar com o projeto desenvolvido ao longo da dissertação, a metodologia geral aplicada e uma explicação da estrutura do documento.

1.1 Enquadramento

Segundo dados da *Eurostat*, desde a crise de 2008 tem-se notado um crescimento do valor vendido da produção industrial, que funciona como indicador para o crescimento do setor de manufatura na Europa, sendo que esta tendência continua crescente [1].

Já no relatório “*The future of manufacturing in Europe*”, afirma-se que o setor de manufatura está a passar por mudanças significativas, com a incorporação da indústria 4.0 e da digitalização, que aliada aos padrões de qualidade e maior controlo com os mesmos impulsionam a criação de novos empregos, com maior foco em tarefas intelectuais com processamento de dados e solução de problemas. De facto, entre 2011 e 2018, tem se verificado um crescimento acelerado das funções mais qualificadas e bem remuneradas, com previsões de contínuo crescimento e mesmo aceleração da tendência [2].

Nas últimas décadas, o aumento da procura por altos padrões de qualidade e sustentabilidade por parte dos consumidores, tem influenciado a maneira como a produção é organizada e regulada. Segundo Bisello [3] tem vindo a ser verificado uma pressão por parte dos consumidores para o cumprimento de padrões nacionais e internacionais, que levou ao desenvolvimento de sistemas de controlo da qualidade mais abrangentes e centralizados para cobrir todas as funções da empresa.

De facto, num estudo realizado com base em respostas de 153 executivos e gestores seniores, a melhoria da qualidade de produtos e serviços encontra-se no top 10 de desafios operacionais para o alcance e mantimento de um

desempenho superior das organizações [4]. Acrescenta ainda que, para aumento da performance futura, o investimento em tecnologias para gestão da qualidade é prioritário, sendo que “hoje, a qualidade é o preço de admissão para os fabricantes em qualquer mercado”.

Tem-se tornado vital que os produtos e serviços satisfaçam os clientes, sendo então necessário não só a preocupação com o produto final, mas também com os processos, para que estes atendam aos requisitos da qualidade. Está, muitas vezes, interligado um produto de baixa qualidade com um problema no processo produtivo. É então necessária a utilização de ferramentas para controlar e melhorar a qualidade dos produtos [5].

O Controlo Estatístico do Processo é um método estatístico de processamento dos dados de cada processo de fabricação, utilizado com o objetivo da melhoria da qualidade final do produto e o controlo do processo de fabrico. O método tradicional da gestão dos processos traduzia-se na verificação do cumprimento dos requisitos da qualidade do produto final, após a conclusão de todos os processos de fabricação e eliminação de defeitos [6]. O que contribuía para uma grande quantidade de desperdícios.

O Controlo Estatístico do Processo é um conjunto de ferramentas utilizado e aplicado de forma a impedir que os defeitos cheguem ao produto final, uma vez que é utilizada quando os produtos estão ainda em produção. Esta ferramenta baseia-se na premissa de que um produto encontra-se em conformidade é produzido quando o processo está sob controlo estatístico e satisfaz os requisitos do cliente [7].

A maioria das ferramentas utilizadas no Controlo Estatístico do Processo que são hoje empregues baseiam-se no pressuposto de que um processo em controlo estatístico deve seguir uma distribuição normal. Muitos testes relacionados à inferência estatística, estudos de capacidade de processo e gráficos são baseados na noção de que os dados devem ser normalmente distribuídos [8].

1.2 Objetivos

Devido à existência do pressuposto de que os dados utilizados para o Controle Estatístico do Processo seguem uma distribuição normal, sob risco de produzir resultados imprecisos, existe a necessidade de o testar.

A hipótese de que uma distribuição segue a distribuição normal só é rejeitada caso ajam fortes evidências em contrário, existindo diversas ferramentas para o testar.

Para este estudo e concretização da hipótese podem ser utilizadas diversas ferramentas, sendo o objetivo principal da dissertação compará-las de forma a verificar qual a mais sensível.

1.3 Metodologia de estudo

Para concretização do objetivo descrito anteriormente, o presente trabalho iniciou-se com a definição do tema de estudo e objetivos a alcançar, seguindo-se uma extensa pesquisa bibliográfica acerca do tema.

Após pesquisa bibliográfica e filtrada a informação relevante, decidiu adotar-se duas metodologias distintas.

A primeira passa pela interpretação crítica do estado de arte acerca dos métodos de análise de ajustamento das distribuições.

Seguidamente, foi importante incluir, num segundo momento, um método de investigação que passasse pela geração de dados, com recurso ao *Microsoft Excel*, para um estudo mais específico dos diferentes métodos de análise de ajustamento dos dados. Sendo realizado um modelo para o teste dos dados gerados face aos diversos testes de ajustamento, bem como uma comparação do comportamento dos mesmos. Sendo ainda validados todos os resultados através de *softwares* e ferramentas *online* para verificar a veracidade das conclusões obtidas.

1.4 Estrutura do trabalho

A presente dissertação divide-se em 6 capítulos que visam fornecer um contexto e demonstrar ao leitor o trabalho prático que foi elaborado.

No **primeiro capítulo** encontra-se uma pequena introdução que reforça a motivação e relevância do presente estudo; segue-se a definição dos objetivos, da metodologia para os atingir e da organização do trabalho.

No **segundo capítulo** fornece-se ao leitor uma contextualização histórica do conceito e desenvolvimento de técnicas da qualidade, assim como o seu papel na satisfação dos clientes. Descreve-se ainda a importância e ferramentas mais utilizadas no Controlo Estatístico do Processo, bem como os conceitos e pressupostos a elas referentes, entre eles o pressuposto da normalidade.

No **terceiro capítulo** são descritos diversos testes não paramétricos para verificação do ajustamento de uma amostra à distribuição normal, sendo eles o teste de Kolmogorov-Smirnov, o teste de Lilliefors, o teste de Anderson-Darling, o teste de Shapiro-Wilk, o teste de D'Agostino Pearson, o teste de Cramer-von Mises e o teste de Jarque-Bera.

No **quarto capítulo** o caso utilizado para o estudo proposto é descrito.

No **quinto capítulo** é abordada a implementação do projeto delineado, sendo utilizados e comparados os diversos testes de ajustamento. Neste capítulo será desenvolvida uma comparação da sensibilidade de seis testes de ajustamento, seguido de uma análise gráfica de três dos testes.

No **sexto e último capítulo** são apresentadas as conclusões decorrentes do estudo realizado assim como são apresentadas algumas sugestões de trabalhos futuros a realizar.

1.5 Notação

A presente dissertação é redigida clara e concisamente, ao cumprir sempre com as normas e convenções utilizadas na literatura científica. As equações matemáticas estarão identificadas através de parenteses curvos (x) e denominadas “Equação (x)”, estando identificadas de forma sequencial ao

longo de todo o documento. Além disso, as figuras e tabelas serão identificadas com referência à seção em que estão referidas. As referências bibliográficas seguem a norma IEEE, sendo então identificadas através de parenteses retos [x] e apresentadas sequencialmente.

2 Qualidade e Controlo Estatístico

Sabe-se que a Gestão da Qualidade apresenta um papel bastante importante para o sucesso de uma organização, tanto ao nível de custos como ao nível de satisfação dos clientes. Assim sendo, é bastante relevante a compreensão de ferramentas utilizadas para o controlo da qualidade.

Neste sentido, é apresentada, no presente capítulo, uma revisão bibliográfica efetuada no âmbito da compreensão do conceito de qualidade, da necessidade do controlo da qualidade não só no produto final como no controlo do processo e da importância da utilização das cartas de controlo como ferramenta para controlar estatisticamente o processo.

2.1 Qualidade

É possível encontrar definido o conceito de qualidade de várias maneiras. Geralmente a qualidade é compreendida como a satisfação dos clientes, obtida através da satisfação das necessidades implícitas num produto ou serviço, que será abordada em 2.3. Apesar de ser uma noção básica e conceptual pode ser bastante útil como ponto de partida.

Por definição da ISO 9000:2015 qualidade pode ser definida como “o grau no qual um conjunto de características inerentes atende a requisitos” [9].

Em [10] podemos verificar várias definições de qualidade, para Juran significa a ausência de defeitos, segundo Stevenson pode ser considerada a capacidade do produto igualar ou eclipsar o desejo do cliente.

Segundo Requeijo e Pereira [11] “*Qualidade é sinónimo da procura contínua de melhoria em todas as vertentes, desde a política e estratégia da organização até aos indicadores financeiros mais relevantes, passando pelos resultados obtidos a nível da satisfação dos colaboradores, dos clientes, dos acionistas e da sociedade em geral.*”

Enquanto objeto de estudo a disciplina d Qualidade é bastante mais recente que a preocupação com a mesma.

Na indústria, os princípios da qualidade foram considerados segredos industriais ao longo de séculos e serviram como ponto de diferenciação para aqueles que compreendiam como fazer um “produto de qualidade”.

Desde a revolução industrial, com a popularização da produção em massa, a compreensão dos princípios da qualidade na produção torna-se um requisito para as empresas serem bem-sucedidas. Com essa consciencialização e intuito, foram criadas técnicas sistemáticas para compreensão dos princípios da qualidade.

Surgem assim modelos como o Taylorismo, desenvolvido por Frederick Taylor, cuja ideia passava por reorganizar os sistemas industriais para que cada trabalhador atingisse a máxima eficiência numa tarefa em particular. O seu modelo resultou num aumento de produtividade, porém, o ênfase na produtividade, impunha uma racionalização do esforço do trabalho empregue para aumento da produção resultante, que veio a gerar uma diminuição da qualidade e uma limitação da capacidade de inovação [12], [13].

Para combater o decréscimo de qualidade verificado, são criados departamentos de inspeção para impedir que produtos defeituosos chegassem ao cliente final, incentivando-se que o produto disponibilizado, tenha sempre as mesmas características.

Durante a Primeira Guerra Mundial, apesar da atividade de inspeção aplicada para controlo da qualidade, foram verificadas grandes quantidades de falhas em equipamentos militares, uma vez que a atividade dos inspetores se restringia a identificação e quantificação dos produtos defeituosos e não nas causas para esses mesmos defeitos.

Este quadro, veio assim impulsionar a criação de métodos estatísticos. Walter A. Shewhart enquanto trabalhador da *Bell Telephone Laboratories*, em 1924, desenvolveu o conceito de cartas de controlo [14]. Já no fim da década, na mesma empresa, Harold F. Dodge e Harry G. Romig, propuseram a utilização da técnica de amostragem em vez de se inspecionar 100% dos produtos.

De modo a evitar a utilização de equipamentos militares inseguros, após entrarem na Segunda Guerra Mundial, os E.U.A. iniciaram uma época de inspeção detalhada a todos os produtos fabricados, o que se tornou insustentável.

Após a Guerra, as fábricas americanas retomaram a manufatura de bens de consumo e, uma vez que as zonas industriais foram destruídas nos países afetados pela guerra, passou a existir uma maior procura, não existindo concorrência, a quantidade era privilegiada face à qualidade dos produtos.

Em 1946 foi fundada a *American Society for Quality Control* (ASQ) com o intuito de promover o uso das técnicas de melhoria da qualidade para todos os produtos ou serviços.

Nesse mesmo ano é também criada a JUSE (*Japanese Union of Scientists and Engineers*), com o objetivo de revitalizar a economia do japão, eliminando o desperdício e melhorando a qualidade dos produtos.

Nesse sentido a qualidade é vista como a chave para a obtenção de vantagem competitiva no mercado mundial e são feitos pela JUSE convites a diversos especialistas para divulgarem os seus princípios e teorias para o aumento da qualidade [15].

Edward Deming lidera então diversas palestras de forma a introduzir o conceito da qualidade e os principais métodos estatísticos de controlo da qualidade para operadores industriais, gestores e engenheiros japoneses [16].

O trabalho de Deming sobre o controlo da qualidade foi consideravelmente influenciado pelo trabalho de Shewhart, a sua filosofia estava subdividida em quatro partes que compreendiam: as interações dos fornecedores, produtores e clientes; o conhecimento da variação estatística; a teoria do conhecimento compreendendo o que pode ou não ser conhecido dentro do sistema; e a psicologia humana e a compreensão dos comportamentos dos funcionários [17].

Mais tarde, em 1954, a JUSE convida ainda Joseph M. Juran, que ajuda a iniciar uma mudança de atitude em relação ao controlo da qualidade nas

indústrias do país, conduzindo a que os processos de controlo da qualidade se tornassem cada vez mais integrados no pensamento da gestão e nas práticas de trabalho em toda a organização [18]. Juran exprime a sua mensagem através de 3 processos básicos: planeamento da qualidade, controlo da qualidade e melhoria da qualidade. O estatístico define também um modelo explicativo acerca de custos inerentes à qualidade, para justificar os investimentos em melhoria da qualidade, envolvendo o planeamento, relações com fornecedores, controlo da produção, inspeção e teste e relações com clientes ou consumidores [17].

Inicialmente, o sucesso japonês foi considerado pelos EUA como decorrente dos preços, necessitando de uma estratégia concorrencial para implementação nos seus métodos produtivos, foram implementadas estratégias que visavam a redução dos custos de produção o que conduziu a uma evidente lacuna na qualidade entre os produtos japoneses e americanos.

A disseminação dos métodos de Deming e Juran foi relativamente lenta para as empresas ocidentais, sendo que apenas no início da década de 80, através de um documentário com o nome *“If Japan can, why can’t we?”*, foi compreendido que parte do sucesso japonês resultava da visão da metodologia de fabrico com foco na melhoria contínua, controlo estatístico do processo e as restantes metodologias da filosofia de Gestão da Qualidade Total [17].

A *Ford Motor Company* foi uma das primeiras grandes empresas americanas a procurar ajuda de Deming e adota então a sua filosofia da qualidade para desenvolver o novo modelo *Taurus-Sable*, aplicando métodos estatísticos de controlo da qualidade e começando a exigir aos seus fornecedores a criação e preenchimento de documentos relativos ao controlo estatístico dos processos, com o intuito de assegurar a conformidade dos produtos às especificações pretendidas.

Nos finais da década de 1980, na Motorola, nasce o Seis Sigma, com o objetivo da criação de uma metodologia que ajudasse a padronizar a medição de

defeitos e promovesse as melhorias de fabricação para os reduzir ao máximo [14].

A partir daí, padrões de TQM foram então estabelecidos em todo o mundo, dando origem à ISO 9000 (*International Standards Organization*), que se tornou um sistema de gestão da qualidade que “fornece orientação e ferramentas para empresas e organizações que desejam garantir que seus produtos e serviços atendam consistentemente aos requisitos do cliente e que a qualidade seja consistentemente aprimorada”[9].

Este desenvolvimento e aperfeiçoamento ao longo dos anos, e sempre carecendo de adequação, determina que os termos e processos específicos associados à Gestão da Qualidade continuem a evoluir, a prática de assegurar a qualidade enraizou-se no sistema industrial, uma vez que tem contribuído para aumento da produtividade, a redução dos custos globais, aumentando assim a eficiência e eficácia das empresas, de forma a concretizar as necessidades dos clientes.

O envolvimento de todas as componentes da organização é, portanto, decisivo para responder eficazmente às várias contrariedades com que a mesma se possa deparar, de maneira a atingir a excelência, constitui-se, pois, como um sistema que vê a qualidade como o objetivo final.

2.2 Melhoria da Qualidade

A qualidade de um produto pode ser descrita e avaliada em diversas maneiras. Sendo um conceito multidimensional, é muitas vezes importante diferenciar variações ou diversos patamares das diferentes dimensões que compõem a qualidade [19].

Segundo Sebastianelli e Tamini [20], um produto tem os seguintes pontos como dimensões da qualidade:

1. Desempenho: referente a atributos operacionais básicos do produto, engloba a capacidade do produto ser eficaz e eficiente.

2. Conformidade: expressa o grau em que as características do produto estão de acordo com as especificações e normas definidas em projeto.
3. Características: envolve atributos secundários, verificam-se como características acessórias que têm a capacidade de alterar a percepção acerca do produto.
4. Confiabilidade: reflete a probabilidade dum produto não demonstrar mau funcionamento durante um período.
5. Durabilidade: Expressa a vida útil do produto.
6. Atendimento: refere-se à velocidade, cortesia e competência nos serviços pós-venda.
7. Aparência: está diretamente relacionada ao ponto de vista do cliente, e prende-se com os aspetos sensoriais.
8. Qualidade percebida: dimensão ligada à “reputação” da marca.

As exigências dos clientes estão em constante crescimento, como tal a melhoria dos produtos e serviços é vital e deve ser prosseguida continuamente, surgindo assim o termo “melhoria contínua”. A melhoria contínua visa assim a criação de uma cultura de contínuo aperfeiçoamento de atividades, processos e produtos com um envolvimento de toda a organização [14].

O ciclo *PDCA* (*plan, do, check, act*, ou em português, planejar, executar, conferir, agir), representado na referida na Figura 2.1, é considerado um método que influencia positivamente a performance da organização, resultante numa melhoria contínua de processos e produtos [21].

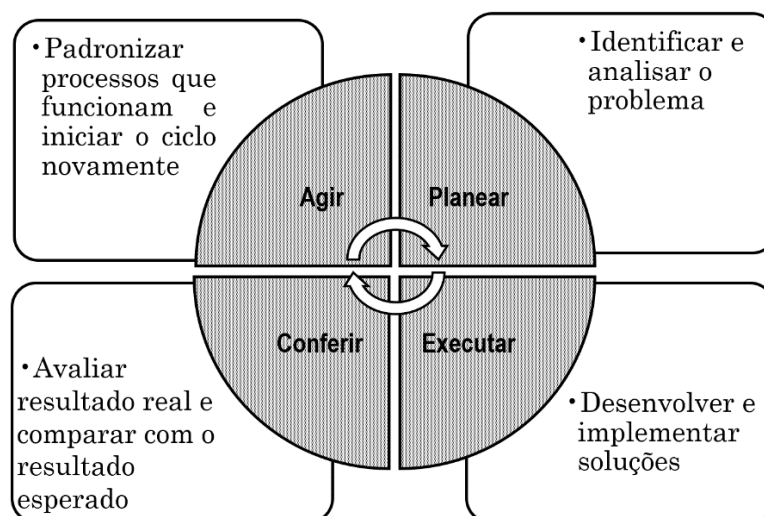


Figura 2.1- Ciclo PDCA, adaptado de [22]

Segundo Chojnacka-Komorowska e Kochaniec [22], a utilização do ciclo PDCA resulta numa melhoria dos processos produtivos com o propósito de reduzir as irregularidades. Sendo que este método pode ser percebido na esquematização referida na Figura 2.1.

É assim imprescindível dedicar um tempo e esforço adequado, por parte de todos os departamentos da organização, a cada fase do ciclo PDCA para garantir que os esforços conduzam a um processo de melhoria da qualidade significativo [23].

2.3 Importância da satisfação do cliente

A satisfação dos clientes é unanimemente reconhecida como uma meta operacional para o sucesso de qualquer organização, sendo que o nível de satisfação dos clientes pode ser utilizado como um indicador de sucesso atual ou futuro de uma organização.

A satisfação dos clientes é resultante da experiência dos mesmos com o produto/serviço, sendo por isso importante projetar esse mesmo produto/serviço com base nas suas expectativas e exigências [24].

Melhorar a qualidade direcionando para o cliente envolve:

- compreender quem são os clientes da organização
- descobrir as suas necessidades e expectativas
- cumprir, e de preferência exceder, as necessidades e expectativas.

Assim sendo, a satisfação dos clientes pode ser descrita como uma emoção pós transação que ocorre quando a qualidade de um produto é compreendida como sendo igual ou superior às expectativas do cliente, analisando ainda a comparação entre o valor percebido e o dinheiro gasto [10].

A satisfação dos clientes tem um efeito positivo na lealdade dos mesmos e nos comportamentos de recompra, que resulta no aumento do estabelecimento de uma base de clientes para a organização. O conhecimento que uma organização pode adquirir com o relacionamento com os clientes permitem

atender às preferências existentes e até prever as suas futuras preferências [25].

A lealdade pode assim ser descrita como a resposta favorável que os clientes exibem em relação à organização, resultando num comportamento consistente de recompra e numa recomendação da empresa a outros consumidores, apesar das influências situacionais e dos esforços de marketing que tendam a causar comportamentos de mudança nessa decisão de consumo [26], [27].

É muitas vezes referido na literatura que os custos para manter um cliente fiel é significativamente inferior ao custo de atrair um novo cliente [28]–[30], adicionalmente os clientes fiéis estão também dispostos a pagar mais pelo produto ou serviço e recomendá-lo a outros potenciais clientes. Conseguídos estes aspetos pela organização, aproxima-se a obtenção de vantagem competitiva face aos demais concorrentes [30].

2.4 Consequências da má qualidade

A má qualidade dos produtos, ou a falta de qualidade destes, conduz a um aumento de custos. Os custos aumentam quando são produzidas unidades defeituosas, ou quando são realizados serviços defeituosos, de modo a refazer ou recompensar o cliente se necessário.

É possível categorizar os custos da má qualidade através de [31], [32]:

- Custos de Prevenção: custos incorridos para reduzir ao mínimo as falhas e erros.
- Custos de Avaliação: custos da determinação do grau de conformidade com os requisitos da qualidade. Estes custos estão relacionados com a deteção de erros ou falhas.
- Custos de Falhas Internas: custos relacionados a defeitos localizados ainda na empresa, antes da entrega do produto ao cliente. Inclui custos de refabricação, reparação e tempos associados.

- Custos de Falhas Externas: custos relativos a defeitos descobertos após a entrega do produto ou serviço ao cliente. Incluem a investigação da reclamação, correção e reenvio de produto/ reexecução do serviço.

É ainda possível de verificar na literatura a hipótese de diferentes categorizações que classificam os chamados “custos invisíveis”. Apesar da sua definição não ser muito clara estes envolvem: custos incorridos pelo cliente devido à falha do produto em atender às expectativas; insatisfação dos clientes; perda de reputação; perda de quota de mercado; entre outros [33]–[35].

De modo a reduzir os custos totais da qualidade é importante compreender em que fases incidir e quais as mais dispendiosas. A Figura 2.2 mostra os custos básicos em vários níveis de deteção da não-conformidade dos produtos ou serviços [36].

Técnicas como *Poka-Yoke*¹ e SPC estão fazem parte dos Custos de Prevenção e de Avaliação já mencionados, e permitem a deteção de não-conformidades o quanto antes, evitando que os custos de não qualidade disparem.

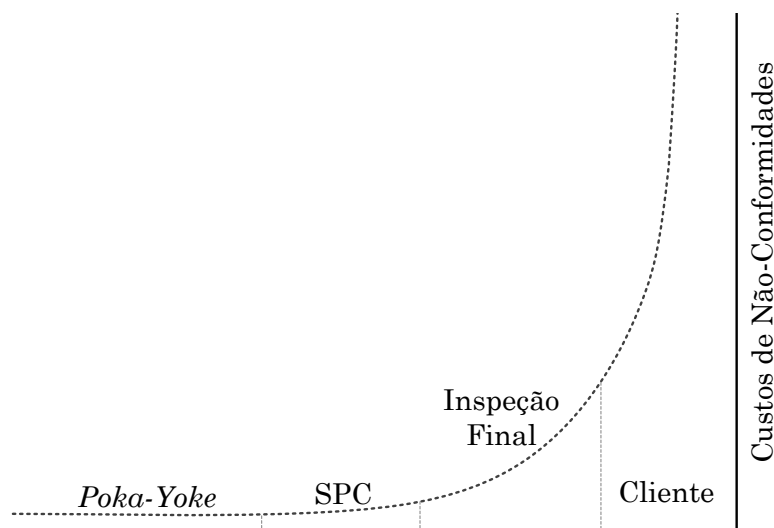


Figura 2.2- Custos ao longo das várias fases de deteção, adaptado de [36]

¹ *Poka-Yoke* refere-se a técnicas e dispositivos utilizados para prevenção da ocorrência de falhas com o intuito da obtenção de zero defeitos, formalizado por Shigeo Shingo na década de 60. Sendo o maior foco destas técnicas os processos realizados por operadores uma vez que são considerados como os com maior potencial de ocorrência para falhas, é portanto, de grande importância desenvolver medidas em conjunto com os trabalhadores da fábrica, para impedir que os mesmos ocorram [37].

É assim possível verificar que quanto mais a jusante é detetado um defeito, maior os custos associados ao mesmo. Sendo então importante investir em técnicas de prevenção e avaliação de erros de modo a impedir que falhas de conformidade sejam detetadas após produção e impelir custos desnecessários.

2.5 Redução da Variância

Um aspeto intimamente ligado com a qualidade é o conceito de variância, de facto, Douglas C. Montgomery diz:

“A qualidade é inversamente proporcional à variância.”

Esta definição implica que uma redução da variância conduz a um aumento na qualidade. Sendo assim, uma das regras para o aumento da qualidade é criar condições de controlo para a redução da volatilidade dos fatores que afetam as características dos produtos e processos [34].

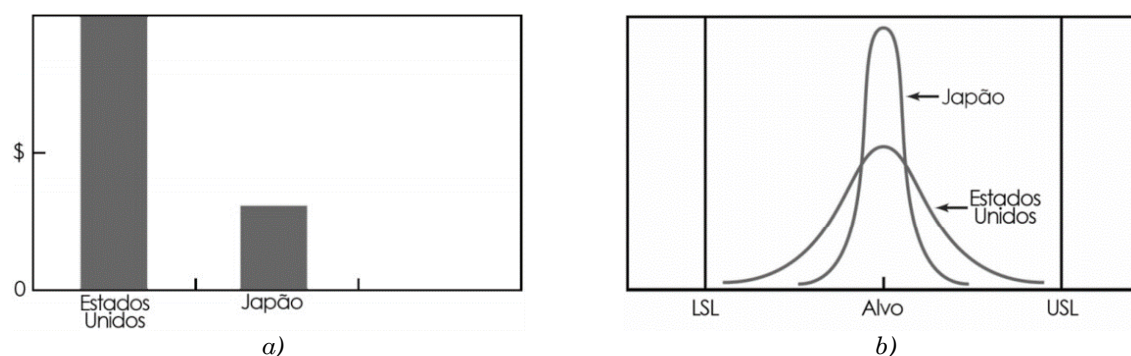


Figura 2.3- a) Custos de garantia para transmissões b) Distribuição de dimensões críticas

Douglas C. Montgomery descreve como exemplo um estudo realizado por um consórcio americano de indústria automóvel que comparava, com o apoio da Figura 2.3, características de qualidade das transmissões de caixas de velocidades produzidas nos EUA e no japão, e acrescenta [38]:

“Concluiu-se então que existe uma variância consideravelmente mais baixa nas características de qualidade das peças de origem japonesa em comparação com as mesmas produzidas nos EUA...”

... Este foi uma descoberta muito importante, e tal como Kack Welch observou, o cliente não vê o valor central do processo, mas sim que a variância

não foi eliminada. Em quase todos os casos, a variância tem um impacto significativo no cliente.

...Uma reduzida variância pode ser então diretamente traduzida em diminuição de custos. Mais, as transmissões de origem japonesa mudavam de mudança mais suavemente, eram mais silenciosas e eram percebidas geralmente como sendo superiores às fabricadas nos EUA. Menos reparações e reclamações de garantias significam menos retrabalho e redução de tempo, esforço e dinheiro desperdiçados. Assim, a qualidade é decididamente inversamente proporcional à variância.”

Uma vez que a variância pode ser apenas caracterizada em termos estatísticos, os métodos estatísticos têm um papel de grande importância para a diminuição da variância e consequente aumento da qualidade.

2.6 Controlo Estatístico do Processo

No controlo estatístico do processo são aplicados métodos estatísticos para a monitorização e controlo dos dados dos processos de fabrico de modo a que ele decorra no seu máximo potencial para a produção de produtos em conformidade com os requisitos da qualidade e com o mínimo de variância [6].

Antes de mais é então necessária a compreensão de processo e das características inerentes.

2.6.1 O Processo

Pode não ser perceptível, mas os processos estão em toda a parte e em todos os aspetos do nosso quotidiano. Um processo pode ser descrito como o conjunto de atividades e condições que envolvem a transformação *inputs* em *outputs* capazes de resultar na satisfação do cliente [39].

Podem existir *inputs* controláveis e incontrolláveis no sistema, que são convertidos num produto final do processo produtivo, que lhe confere com determinadas características.

Os *inputs* gerados pelos fornecedores podem incluir matérias-primas, métodos, equipamentos, informação, pessoas, medidas, meio ambiente e

registros; já como *outputs* podem ser considerados os produtos, serviços, informação e burocracias decorrentes do processo.

Segundo R. Davis [40], um processo deve:

1. Entregar algo que crie valor a alguém fora do processo;
2. Criar valor à organização que opera o processo;
3. Estar alinhado com valores corporativos e a estratégia da organização.

E acrescenta que “a voz do processo” deve ser tida em conta como com quanta eficácia o processo serve o seu propósito, sendo ilustrada da seguinte forma:

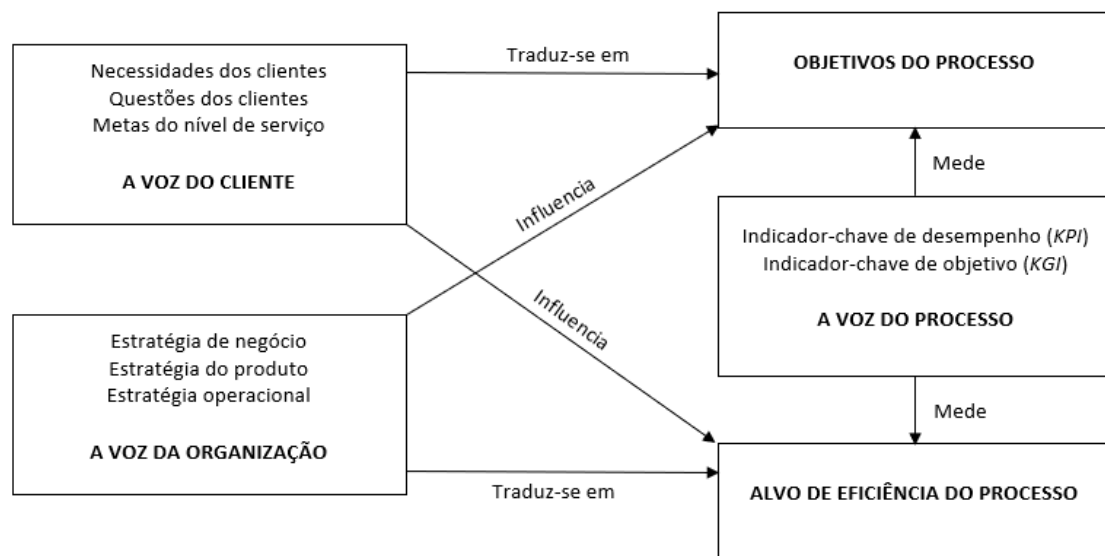


Figura 2.4- Medidas e drivers do Processo, adaptado de [40]

Através da Figura 2.4 podemos verificar que um bom processo tem de satisfazer as necessidades do cliente, sem descurar da perspectiva estratégica da organização.

2.6.2 SPC: o que é e para que serve?

Como referido anteriormente, nos dias de hoje as empresas enfrentam uma concorrência cada vez maior, ao mesmo tempo existem custos associados que continuam a aumentar. Estes são fatores que as empresas, na maioria das vezes não podem controlar. É necessário o enfoque em entes possíveis de controlar: os processos.

Para implementar com sucesso estratégias para esse controlo é proposto um pensamento estatístico. Segundo Hoerl e Snee [41],

“...todo o trabalho é uma serie de processos interconectados e identificar, caracterizar, quantificar, controlar e reduzir a variação oferece oportunidades de melhoria.”

Conhecimento e controlo passam a ser de monitorização obrigatória, uma avaliação que pode ser representada esquematicamente como representado na Figura 2.5.

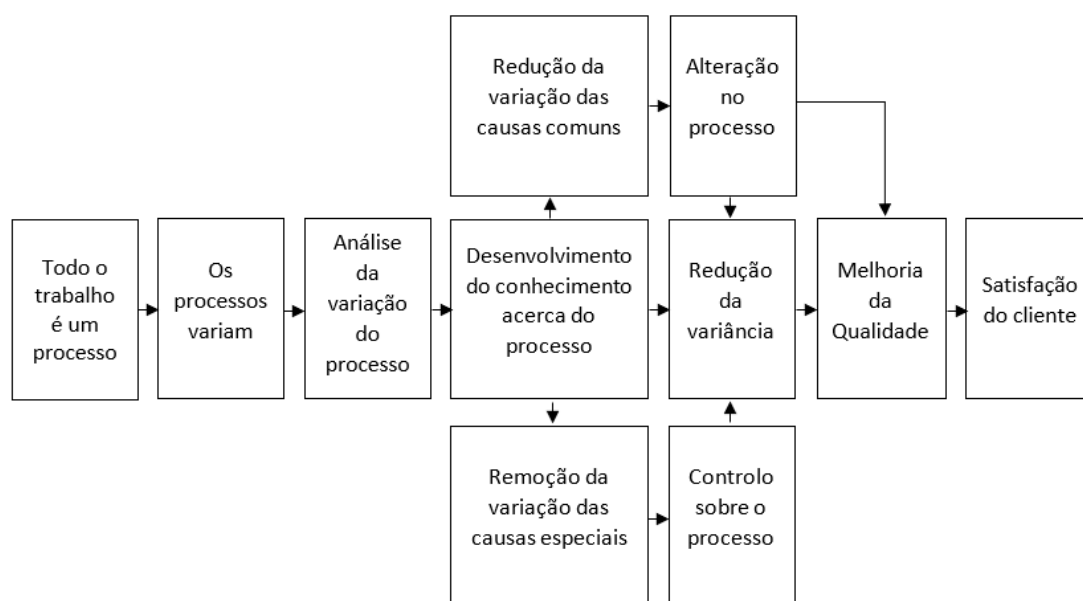


Figura 2.5 - O pensamento estatístico para a melhoria da qualidade, adaptado de [41]

O Controlo Estatístico do Processo, *SPC* (do inglês, *Statistical Process Control*), tem sido uma temáticas bastante importante e amplamente utilizada para a melhoria da qualidade desde o seu desenvolvimento e consequente publicação por Walter Shewhart em 1931. Sendo muito utilizado durante a 2ª Guerra Mundial pelos EUA e disseminado após a guerra pela indústria japonesa.

O SPC consiste num conjunto de ferramentas para monitorização e controlo de um processo para garantir que este opera no seu máximo potencial para a produção de produtos conformes.

Ao empregar estas ferramentas, os dados que possivelmente afetam a qualidade do produto são medidos e monitorizados ao longo de todas as etapas do processo produtivo, com o intuito de impedir que produtos defeituosos surjam no final [42].

A necessidade de monitorizar processos é abrangente a vários campos da ciência, sendo possível verificar literatura sobre a temática nas mais diversas áreas.

Exemplos dessa utilização encontramos descritos: Em [43] é utilizado para controlo do fabrico numa industria alimentar, enquanto que em [44] são identificados até 5 fatores críticos da prontidão do SPC na industria alimentar e posteriormente estudados. Em [45] é estudada a possível aplicação à análise dos resultados de cirurgias infantis, enquanto que em [46] ferramentas de SPC são aplicados com sucesso na melhoria da qualidade cirúrgica. Já na área da farmacêutica, [47] é abordada uma ferramenta de controlo estatístico de processo multivariado para monitorização anual de um produto farmacêutico. Em [48], são utilizadas técnicas de SPC para garantir a segurança na operação de esterilização de uma camara com gás. Enquanto que esse conjunto de ferramentas foi também utilizado para avaliar a localização aproximada de fugas de sistemas de distribuição de água. Em [49], a resiliência das redes de transporte é analisada usando o SPC. Enquanto que em [50] é implementado SPC para redução de perdas económicas. O SPC foi também utilizado para detetar vários ataques de interferência em telemóveis [51]. São ainda introduzidos alguns métodos recentes de SPC e discutidos para a resolução de problemas de *Big Data* [52].

Em todos estes artigos o SPC é utilizado para verificar e controlar a existência de variabilidades nos sistemas, com o intuito de melhoria dos mesmos.

Na secção anterior foi mencionada a importância da redução da variância, é, no entanto, importante compreender de onde poderá resultar esta característica.

A variabilidade do processo pode resultar de diversas fontes de variação, como, a mão de obra, as matérias primas, o meio ambiente, os equipamentos, os métodos e metodologias, entre outros [11].

A variabilidade pode ser então motivada por causas comuns ou por causas especiais [53].

- Causas comuns: variações inerentes à natureza do processo, representando as fontes de variação aleatórias que possivelmente possam afetar um processo em controlo estatístico sendo normalmente bastante difíceis de identificar. Estas não podem ser alteradas sem alterar o processo em si, sendo o processo considerado estável. As causas comuns podem resultar de máquinas sem manutenção, mau *layout*, falha na supervisão, equipamento e materiais que não atendem aos requisitos, entre outras.

- Causas especiais: Variações que ocorrem de forma esporádica, cuja frequência não se insere na distribuição característica que o processo toma, quando em controlo estatístico. Estas devem ser identificadas e retificadas, e com o aprimoramento do processo ou do produto, a sua ocorrência será minimizada a longo prazo. No curto prazo, a sua presença deve ser destacada e é necessário tomar medidas para a sua resolução. As causas especiais podem advir de mudanças de matérias primas, mudanças de configurações de máquinas, quebra de ferramentas, falha na limpeza, mau funcionamento, entre outras.

Uma vez que a remoção da variabilidade exige diferentes tipos e níveis de recursos e ações de melhoria é, portanto, de extrema importância a capacidade de distinguir situações em que são apenas verificadas causas comuns de variação, de situações em que também estão presentes causas especiais. Se apenas causas comuns estiverem presentes, o processo considera-se em “controlo estatístico”. Esta definição não significa que não existe variação, mas sim que os resultados estão dentro de limites estatísticos [43].

2.7 Exatidão e Precisão

Uma vez que se menciona a recolha e análise de dados de um certo processo para o comparar a um valor alvo, é importante distinguir os conceitos de exatidão e precisão em torno deste.

Enquanto que a exatidão de um processo é a sua capacidade de atingir o valor-alvo, a precisão é o grau de dispersão que os valores recolhidos apresentam [54].

Na Figura 2.6 estão representados quatro casos de processos que figuram as conjugações de processos com os dois graus de exatidão e de precisão.

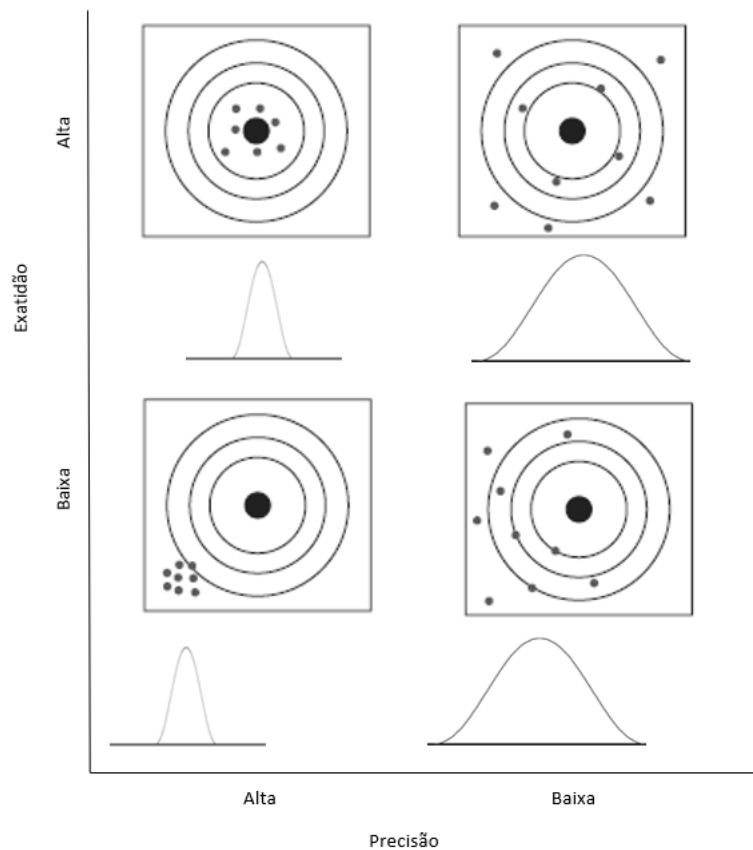


Figura 2.6- Exatidão vs. Precisão

Sendo que um processo idealmente quer-se capaz e preciso, como o representado no canto superior esquerdo.

2.8 Cartas de Controlo

As ferramentas mais importantes do controlo estatístico do processo são as cartas de controlo, utilizadas para monitorizar a estabilidade dos processos, identificar a necessidade de ações de melhoria para redução da variabilidade e estimar parâmetros do processo ou produto. As cartas de controlo representam uma das técnicas estatísticas que suportam o controlo da

qualidade de um processo, fornecendo evidências sobre as variações de comuns e especiais [55].

Através da ISO 7870-1:2019 podemos definir sucintamente cartas de controlo como exibições gráficas dos dados do processo, que permitem uma avaliação visual da variabilidade e estabilidade do processo [56].

Nessa mesma norma [56] verifica-se que:

“As cartas de controlo garantem um método gráfico simples que pode ser utilizado para

- a) Verificar se o processo é ou não estável, ou seja, se opera num sistema sem causas aleatórias, também conhecido como variabilidade inerente e referido como estando num “estado de controlo estatístico”,
- b) Estimar a magnitude da variabilidade inerente ao processo,
- c) Comparar informações de amostras que exibem o estado atual de um processo com os limites de controlo que provam essa variabilidade, com o objetivo de determinar se a variabilidade do processo permaneceu estável ou se reduz ou aumenta,
- d) Identificar, avaliar e possivelmente reduzir/eliminar o efeito das causas especiais de variabilidade, que podem levar o desempenho do processo a um nível inaceitável,
- e) Auxiliar na regulação de um processo através da identificação de padrões de variabilidade, como tendências, ciclos, etc.,
- f) Determinar se o processo se comporta de forma previsível e estável, para que se avalie se o processo é capaz de atender às especificações,
- g) Verificar se o processo é ou não capaz de satisfazer os requerimentos do produto/serviço para as características medidas,
- h) Através da previsão, fornecer uma suporte para o ajuste do processo utilizando modelos estatísticos, e
- i) Auxiliar na avaliação do desempenho de um sistema de medição.” [56]

De uma maneira geral, uma carta de controlo é constituída por um gráfico que expõe o desenvolvimento de uma determinada estatística ω , ao longo do

tempo t . Os pontos do gráfico são comparados aos limites, que indicam a “largura de banda” que a característica pode variar devido a causas comuns. Uma vez se verificado que os pontos estão dentro dos limites de controlo, é possível supor que o processo estará em controlo estatístico. Se o contrário não se verificar, e seja encontrado algum ponto além dos limites de controlo, poderemos inferir que o processo em estudo está fora de controlo estatístico [11].

Na Figura 2.7 apresenta-se um exemplo de uma carta de controlo referente a um processo que se encontra em controlo estatístico.

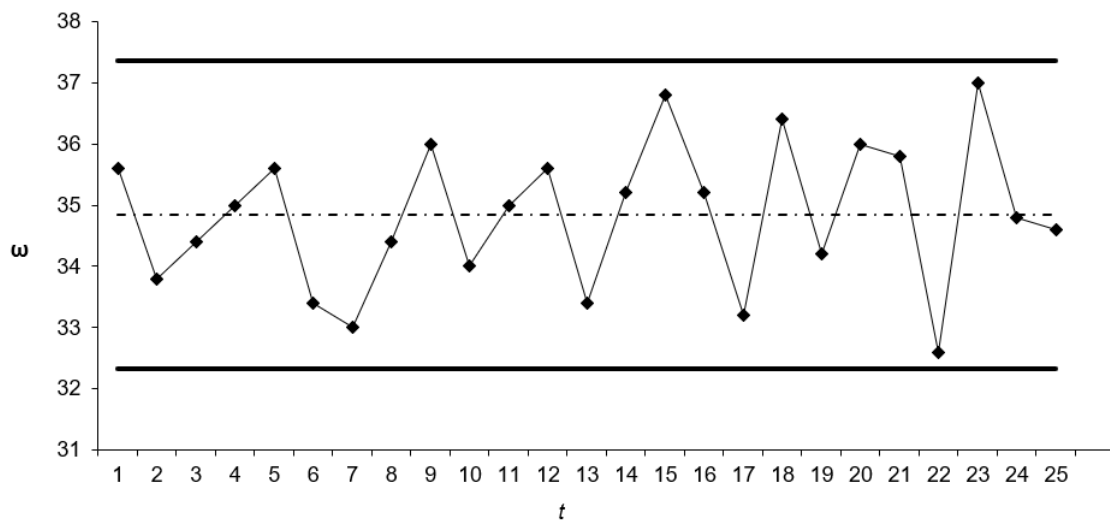


Figura 2.7- Carta de Controlo

Em geral, sendo ω a estatística, μ_ω e σ_ω respetivamente a média e o desvio padrão, os limites superior (LSC), inferior (LIC) e linha central (LC) são dados pelas equações (1), (2) e (3), respetivamente:

$$LSC = \mu_\omega + k\sigma_\omega \quad (1)$$

$$LC = \mu_\omega \quad (2)$$

$$LIC = \mu_\omega - k\sigma_\omega \quad (3)$$

Segundo Shewhart os limites de controlo estão a uma distância de 3 sigmas da linha central. A escolha de utilização de 3 sigmas é feita no ponto de vista económico, com o objetivo de balancear o custo da procura de problemas no processo quando estes não existem e, por outro lado, não procurarem os

mesmos quando o processo não funciona como deveria. As Equação (1) e Equação (3), podem então ser substituídas por:

$$LSC = \mu_{\omega} + 3\sigma_{\omega} \quad (4)$$

$$LIC = \mu_{\omega} - 3\sigma_{\omega} \quad (5)$$

É importante ressaltar que os limites de controlo não devem ser confundidos com especificações ou alvos do processo. Os limites de controlo indicam a magnitude da variabilidade do processo prevista quando apenas causas comuns de variação estão presentes, enquanto que os limites de especificação são valores “burocráticos” acordados em relação ao desvio tolerado face ao valor nominal.

As cartas de controlo geralmente funcionam em duas fases. Na primeira, os dados históricos são analisados para estimar o estado de controlo do processo, enquanto que na segunda é dada ênfase à monitorização do processo e envolve uma estimativa do estado atual do processo com base em dados atuais. Sendo o objetivo da segunda fase uma deteção rápida de desvios dos parâmetros do processo dos seus valores de controlo [57].

Nas Figura 2.8 e Figura 2.9 estão esquematizados os processos de construção de cartas de controlo na fase 1 e fase 2, respetivamente [11].

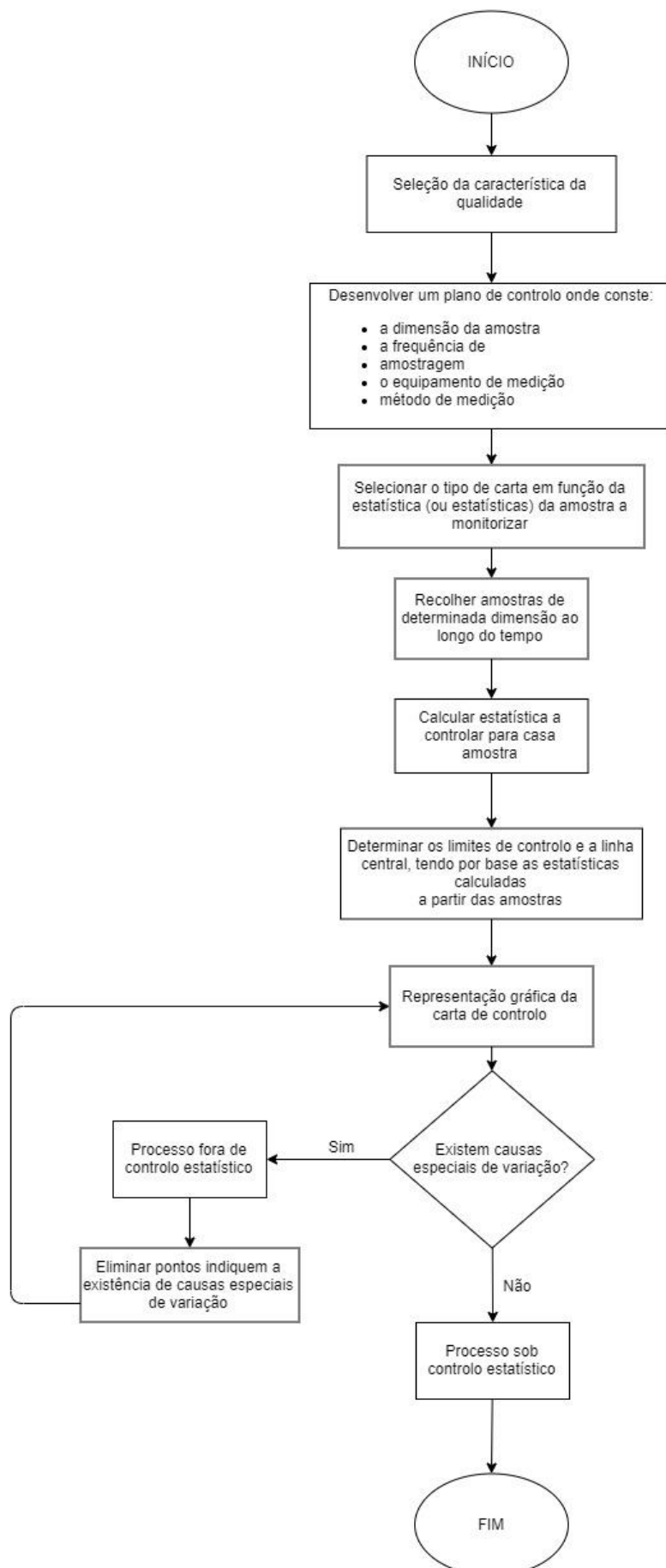


Figura 2.8 - Fluxograma das etapas para a construção de uma Carta de Controlo (Fase 1)

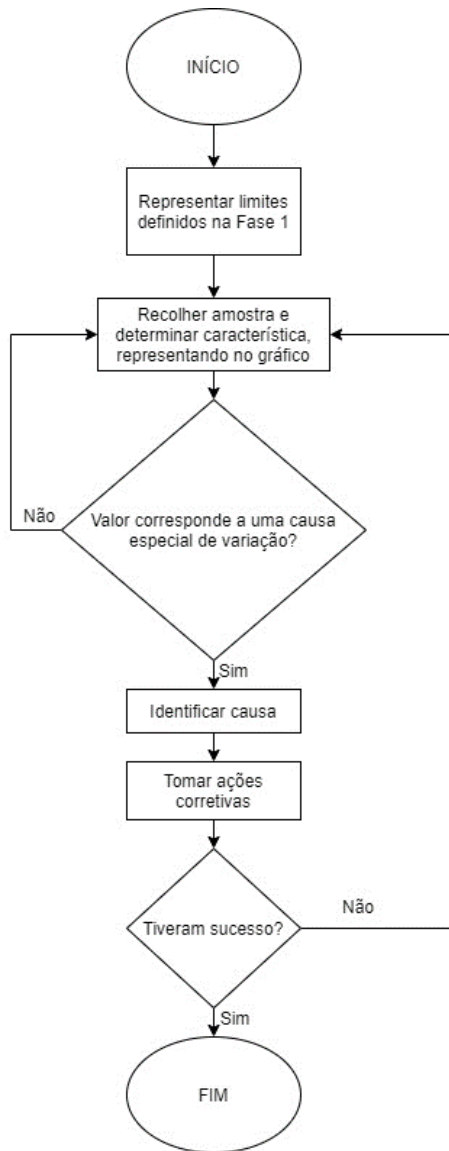


Figura 2.9 - Fluxograma das etapas para a construção de uma Carta de Controlo (Fase 2)

2.9 *Avarage Run Lenght (ARL)*

O *Average Run Lenght* é uma maneira muito comum de verificar o desempenho das Cartas de Controlo. Essencialmente, o *ARL* é o número médio de pontos até que se verifique a existência de um ponto fora dos limites de controlo [38].

Se as observações do processo não estiverem correlacionadas, o *ARL* para um processo em controlo estatístico pode ser calculado através de:

$$ARL_{em\ controlo} = \frac{1}{\alpha} \quad (6)$$

Onde α representa a probabilidade de existir um ponto que, apesar de pertencer à distribuição da estatística ω , está fora dos limites definidos (erro do tipo I), considerando-se assim um falso alarme. Esta equação pode assim ser utilizada para avaliar o desempenho da Carta de controlo.

De facto, para o valor de α , ou risco do produtor, de 0,27% utilizado quando se supõe que os dados em estudo seguem numa distribuição normal o $ARL_{em\ controlo}$ é dado por

$$ARL_{em\ controlo} = \frac{1}{0,0027} = 370 \quad (7)$$

Este pressuposto será discutido na secção 2.14.3 da presente dissertação.

Porém, caso o processo não se encontre em controlo estatístico, o ARL deve tomar o valor mais baixo possível, para garantir uma certa rapidez em detetar uma mudança no parâmetro do processo. Este depende do valor de β , a probabilidade de se assumir que o processo está sob controlo estatístico quando, na verdade, se encontra fora de controlo (erro do tipo II). O ARL fora de controlo é dado por

$$ARL_{fora\ de\ controlo} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (8)$$

Sendo o valor do risco β calculado como:

$$\beta = \Phi(L - k\sqrt{n}) - \Phi(-L - k\sqrt{n}) \quad (9)$$

Onde Φ denota a função de distribuição cumulativa normal, L é a "distância" dos limites de controlo à linha central, k a magnitude da mudança e n o tamanho da amostra.

2.10 Tipos de Cartas de Controlo

De forma a escolhermos que tipo de cartas de controlo utilizar é necessário primeiro compreender que tipo de dados serão colocados nessas cartas de controlo.

As cartas de controlo podem ser utilizadas para variáveis ou atributos [11], [58]:

Os dados de variáveis representam normalmente medidas de escala contínua que possuem um infinito número de valores possíveis. Neste caso deve ter-se em conta não só a medida de tendência central, mas também é necessário controlar o parâmetro de dispersão.

Os dados de atributos são por vezes descritos como dados discretos. Este tipo de dados representa numerosos eventos que podem ser agrupados em grupos discretos, podendo ser expressos como número inteiro ou como rácio.

Na Figura 2.10 encontram-se as diferentes cartas de controlo para os diferentes tipos de dados.

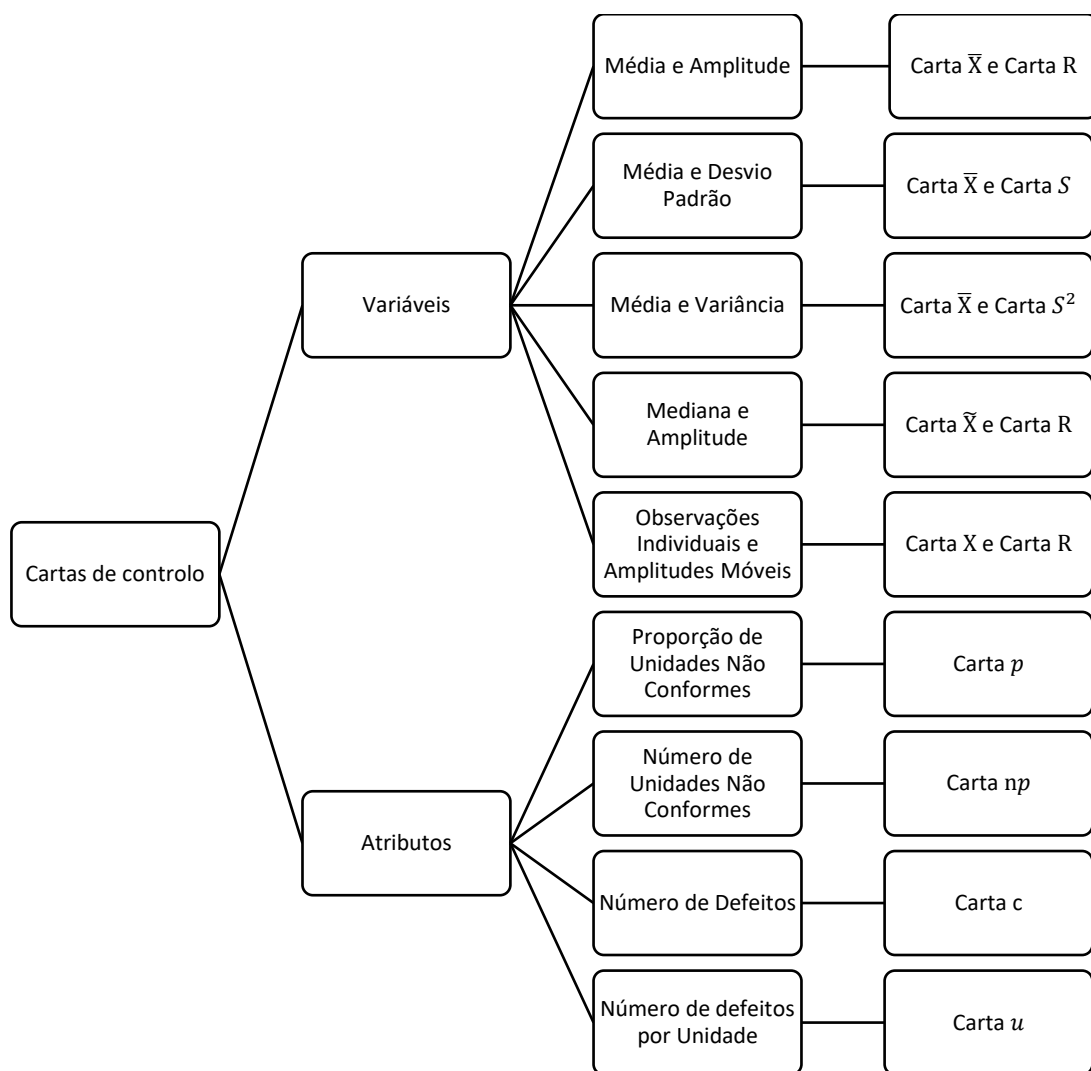


Figura 2.10- Tipos de Cartas de Controlo

2.11 Cartas de Controlo para a Média e Amplitude

As cartas de controlo para variáveis, desenvolvidas por Shewhart, foram criadas com o objetivo de detetar a existência de causas especiais de variação em certos processos.

Sendo que ao longo da dissertação tomaremos somente em conta as cartas de controlo da média (Carta \bar{X}) e a carta de controlo da amplitude (Carta R), para controlar o valor médio e a variabilidade da característica de qualidade em análise, respetivamente, uma vez que são as mesmas utilizadas no caso utilizado como referência ao longo do estudo.

As cartas de controlo baseadas nas estimativas padrão têm um desempenho razoável quando se assume que as observações provêm de uma distribuição normal, mas são consideradas ineficientes quando o pressuposto de normalidade é violada [59]. Será discutida em 2.14.3 a causa para se assumir a normalidade dos dados.

Sempre que se assume que os dados seguem uma distribuição normal e se utilizam os limites de controlo baseados nos 3 sigma propostos por Shewhart, as cartas de controlo indicam que aproximadamente 99,73% dos valores da estatística estão incluídos dentro dos limites de controlo, desde que o processo esteja sob controlo estatístico; o mesmo significa dizer que existe um risco de 0,3% de um ponto estar fora dos limites de controlo.

2.11.1 Estimação da média e variabilidade do processo

Seja X uma variável aleatória utilizada para representar a característica da qualidade em estudo, distribuída normalmente, com média μ e desvio padrão $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $X \sim N(\mu, \sigma)$. Na prática, os parâmetros μ e σ dificilmente serão conhecidos, sendo, portanto, necessária a sua estimação.

A estimação de parâmetros afeta significativamente a performance das cartas de controlo em ambas as fases do controlo estatístico do processo. Para que as cartas de controlo sejam eficazes é necessária a recolha de dados a partir de

amostras provenientes do processo, devendo ser geralmente obtidas sob forma de m subgrupos racionais de tamanho n [6], [38], [59].

Pode obter-se a estimação da média do processo $\bar{\bar{X}}$ através de:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)}{m} \quad (10)$$

Sendo $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ as médias de cada amostra, calculadas segundo

$$\bar{X} = \frac{(x_1, x_2, \dots, x_n)}{n} \quad (11)$$

Onde x_1, x_2, \dots, x_n é a amostra de tamanho n .

A variabilidade do processo pode ser calculada através da amplitude das m amostras. É necessário inicialmente o cálculo da amplitude de cada amostra x_1, x_2, \dots, x_n de tamanho n , que é expressa como sendo a diferença da maior e menor observação, tal como na Equação (12):

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (12)$$

O cálculo da amplitude média é obtido segundo à seguinte Equação (13):

$$\bar{R} = \frac{(R_1, R_2, \dots, R_m)}{m} \quad (13)$$

Esta amplitude é conveniente para estimar o desvio padrão de uma amostra.

2.11.2 Limites de Controlo para a Média

Na prática, as Equação (1) e Equação (3), mencionadas em 2.8, têm de ser adaptadas quando se tem σ desconhecido, devido à necessidade de o estimar [6], [38].

Assumindo a normalidade dos dados, pode recorrer-se à utilização da estatística aleatória W , comumente conhecida por amplitude relativa, para a estimação de σ .

$$W = \frac{R}{\sigma} \quad (14)$$

A média de W é a constante d_2 que depende do tamanho da amostra cujos valores podem ser verificados na Tabela A1 do Anexo A. Com a utilização desta constante é então possível estimar o desvio padrão através de:

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2} \quad (15)$$

Considerando que m amostras de tamanho n tem um valor médio de amplitude representado por \bar{R} , é possível, por adaptação da equação anterior, calcular o estimador do desvio padrão da amostra através da Equação (16):

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (16)$$

Assim sendo, os limites de controlo para as cartas de controlo da média \bar{X} são os seguintes:

$$LSC = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (17)$$

$$LC = \bar{\bar{X}} \quad (18)$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (19)$$

A constante A_2 pode ser utilizada para apresentar as equações anteriores de forma mais sucinta.

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \quad (20)$$

Cujos valores podem ser encontrados na Tabela A1 do Anexo A.

É então possível contruir a carta de controlo para a média através dos limites apresentados seguidamente [60]:

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (21)$$

$$LC = \bar{\bar{X}} \quad (22)$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad (23)$$

2.11.3 Limites de Controlo para a Amplitude

À semelhança da construção da Carta de Controlo para a média, é necessário a adaptação dos limites de controlo, descritos nas Equação (1) e Equação (3), através da adaptação do desvio padrão. Neste caso, é necessário estimar o desvio padrão para a amplitude.

Uma vez mais, assumindo que a distribuição é normalmente distribuída, é possível calcular o desvio padrão da amplitude. Recorrendo à transformação da Equação (15) e sabendo que o desvio padrão de W pode ser representado pela constante d_3 , dependente do tamanho da amostra n [6], [38]. É possível calcular o desvio padrão da amplitude $\hat{\sigma}_R$ através de:

$$\hat{\sigma} = d_3 \sigma \quad (24)$$

Uma vez que σ é desconhecido, podemos utilizar a Equação (25) para estimá-lo, ficando:

$$\hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (25)$$

Os limites de controlo podem então ser calculados por:

$$LSC = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (26)$$

$$LC = \bar{R} \quad (27)$$

$$LIC = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (28)$$

Para simplificação das equações anteriores é possível recorrer às constantes D_3 e D_4 , dadas por:

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2} \quad (29)$$

$$D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2} \quad (30)$$

Ficando assim [60]:

$$LSC = D_4 \bar{R} \quad (31)$$

$$LIC = D_3 \bar{R} \quad (32)$$

2.12 Regras para a detecção de causas especiais

Um processo, quando em controlo estatístico, deve apresentar-se sob forma de um padrão completamente aleatório. Um ponto além dos limites ou a existência de um comportamento tendencial podem indicar a presença de causas de variação especiais [60].

Antes de apresentar essas regras, é necessário referir a existência quatro novos limites de controlo, denominados limites de aviso. Estes limites distam entre eles σ , e dividem assim o gráfico em seis zonas, designadas por A, B e C, como pode ser verificado na Figura 2.11.

De acordo com a ISO 7870-1:2019 [56], a detecção da existência de causas especiais pode ser feita através dos testes:

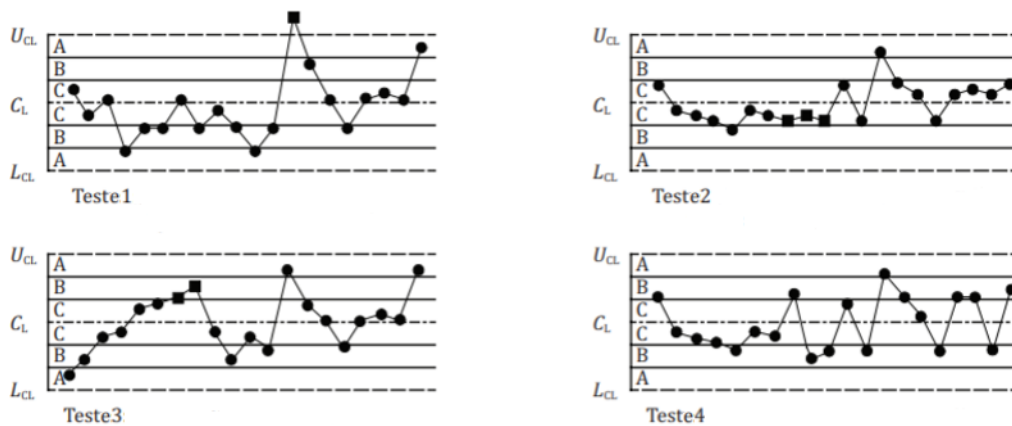


Figura 2.11- Testes para detecção de causas especiais [60].

Teste 1 – Um ou mais pontos excedem a zona A (fora dos limites de controlo). Sinaliza a presença de uma condição fora de controlo.

Teste 2 – Sete ou mais pontos consecutivos num lado da linha central. Demonstra que a média ou variabilidade se deslocou a partir da linha central.

Teste 3 – Sete pontos consecutivos a crescer ou decrescer. Sinaliza a existência de uma tendência linear sistemática no processo.

Teste 4 – Qualquer padrão não aleatório obvio. Sinaliza um padrão não aleatório ou cíclico no processo.

Por vezes, dependendo do tipo de processo em estudo, é necessária a utilização de testes suplementares, sendo sugerida a utilização das chamadas “*Western Electric Rules*” que, segundo Requeijo e Pereira [11], podem ser definidas como:

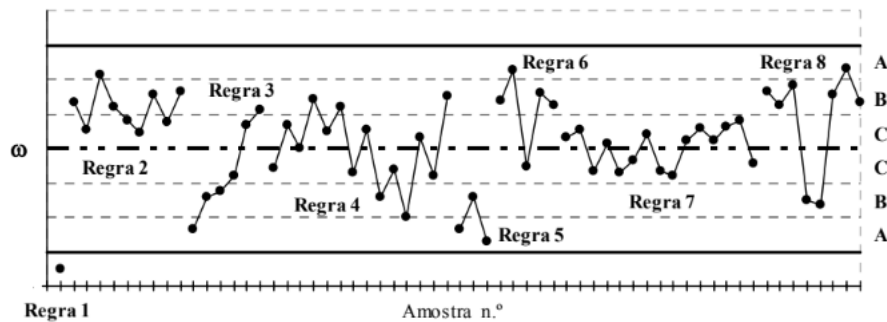


Figura 2.12- Regras para a detecção de causas especiais [11].

Regra 1 – Um ou mais pontos fora dos limites de controlo.

Regra 2 – Nove pontos na/além da zona C, do mesmo lado da linha central.

Regra 3 – Seis pontos sucessivos por ordem crescente ou decrescente.

Regra 4 – Quatorze pontos seguidos alternando para cima e baixo.

Regra 5 – Dois de três pontos consecutivos na/além da zona A no mesmo lado da linha central.

Regra 6 – Quatro de cinco pontos seguidos na zona B, A, ou além destas, do mesmo lado da linha central.

Regra 7 – Quinze ou mais pontos seguidos na zona C, acima ou abaixo da linha central.

Regra 8 – Oito pontos em ambos os lados da linha central e nenhum se verificar na zona C.

2.13 Capacidade do Processo

As cartas de controlo descritas anteriormente são utilizadas para verificar o ajustamento do processo e estabilidade, indicando a presença ou ausência de

causas especiais de variação. Já nesta secção será discutida a capacidade de um processo de produzir produtos conformes, de acordo com as especificações previamente estabelecidas [11].

Ao longo desta secção serão apresentados os índices C_p , C_{pk} , C_{pm} e C_{pmk} . Estes índices comparam o output do processo real com os limites de especificação da característica de especificação analisada, demonstrando se um processo está ou não a produzir produtos dentro das tolerâncias de especificação.

De facto, segundo Montgomery [38], “entre os principais usos de dados de um processo capaz estão:

1. Prever o quão bem o processo manterá as tolerâncias
2. Auxiliar designers de produto a seleccionar ou modificar um processo
3. Auxiliar no estabelecimento de um intervalo entre amostragens para monitorização do processo
4. Especificar requisitos de desempenho para novos equipamentos
5. Seleccionar entre fornecedores concorrentes e outros aspetos da gestão da cadeia de abastecimento
6. Planear a sequência de processos produtivos quando existe efeito do processo nas tolerâncias
7. Reduzir a variabilidade de um processo.”

Para a utilização dos índices apresentados de seguida o processo tem que encontrar em controlo estatístico.

2.13.1 Índice C_p

O índice C_p , ou índice de capacidade potencial, relaciona a variabilidade permitida do processo de fabrico, segundo o projeto, com a variabilidade natural do mesmo. Este índice pode ser calculado através de:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (33)$$

Para a distribuição normal, a tolerância dos limites inclui 99,73% da variável, o que significa que apenas 0,27% do output do processo vai ficar fora dos limites de tolerância.

Quanto maior o valor do índice C_p , menor a probabilidade de se verificar que a característica em estudo esteja fora das especificações, reduzindo assim a probabilidade de existirem produtos defeituosos.

Segundo Fávero e Belfiore [6], uma das limitações do C_p é que apenas considera a variabilidade do processo, ignorando a sua média, que pode levar a conclusões incorretas relativas à capacidade do processo, uma vez que este pode, por vezes não ser centrado na média.

2.13.2 Índice C_{pk}

O índice C_{pk} calcula a distância da média do processo μ a cada um dos limites de controlo. Se a média do processo coincidir com o valor nominal de especificação o C_{pk} terá o mesmo valor que o C_p .

O índice C_{pk} pode ser calculado respeitando

$$C_{PK} = \min\left(\frac{LSE - X}{3\sigma}, \frac{X - LIE}{3\sigma}\right) \quad (34)$$

2.13.3 Índices C_{pm} e C_{pmk}

Os Índices C_{pm} e C_{pmk} são alternativas ao C_p , C_{pk} , respetivamente, que além da variação autorizada no processo considera ainda a distância da média do processo ao valor normal da especificação. C_{pm} pode ser calculado por:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu + T)^2}} \quad (35)$$

E o C_{pmk} pode ser calculado segundo a equação (36):

$$C_{pmk} = \min\left\{\frac{LSE - X}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu + T)^2}}, \frac{X - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu + T)^2}}\right\} \quad (36)$$

Onde T corresponde ao valor nominal de especificação.

2.14 Condições de Utilização das Cartas de Controlo

De forma a que a construção das cartas de controlo seja fiável é necessária a verificação de alguns pressupostos acerca dos dados em utilização, sendo eles a independência, aleatoriedade e normalidade dos dados.

De seguida, serão abordados os métodos que permitem confirmar os pressupostos necessários para uma boa implementação das cartas de controlo.

2.14.1 Aleatoriedade dos Dados

É necessário garantir que as amostras recolhidas representam a população total, que as mesmas não apresentam um padrão e, por isso, não tem algum comportamento sistemático.

Podem verificar-se diversas origens que provoquem a não aleatoriedade dos dados, sendo possível destacar a correlação entre observações consecutivas ou desfasadas no tempo e a mistura de populações diferentes.

Pode recorrer-se a diversos métodos para apurar a aleatoriedade dos dados, sendo relevante referir o Teste das Sequências Ascendentes e Descendentes, o Teste das Sequências e o Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Sucessivas [11].

2.14.2 Independência dos Dados

É necessário compreender se os dados recolhidos são independentes ou se existe uma auto correlação entre eles, isto é, se o valor que a variável respeitante à característica apresenta, no determinado instante t , não depende nem do seu valor no instante anterior ($t-1$), nem do seu valor em qualquer valor desfasado de k instantes ($t-k$). Para esta verificação é possível aplicar a Função de Autocorrelação (FAC) e a Função de Autocorrelação Parcial (FACP) [11].

2.14.3 Normalidade dos Dados

A maioria dos métodos estatísticos baseia-se no Teorema do Limite Central, que afirma que a média de um grande número de variáveis aleatórias

independentes é aproximadamente normalmente distribuída em torno do valor médio populacional.

Para a aplicação de diversas ferramentas da gestão da qualidade e em especial do controlo estatístico do processo utiliza-se o pressuposto de que os dados da amostra são normalmente distribuídos.

Este pressuposto deriva da conjectura de que os limites de 3 sigma se baseiam na distribuição normal e, portanto, a confiança de que com 99,73% de certeza de que os valores da estatística estarão incluídos dentro dos limites de controlo. Quando os limites de 3 sigmas são utilizados com outras distribuições de probabilidade é facilmente verificável que os valores de confiança serão diferentes [61], [62].

Caso isso aconteça, será expectável que o número de casos em que a taxa atual de falsos alarmes de uma carta de controlo seja superior ao valor dado por $ARL_{em\ controlo}$, o que resultaria numa maior frequência de paragens no processo produtivo injustificadas [63].

É ainda importante referir que, de facto, segundo Abbasi e Miller [57], serão de notar maiores impactos no desempenho nas cartas de dispersão do que nas de controlo da média.

Para verificação do pressuposto de normalidade dos dados serão apresentadas, no próximo capítulo, diversas técnicas.

3 Testes não-Paramétricos de Normalidade

Como referido anteriormente para a construção e implementação de cartas de controlo é recomendado que os dados utilizados respeitem o pressuposto da normalidade. É então necessário validar o pressuposto de normalidade, sob o risco de conclusões erróneas relativamente ao comportamento do processo.

Existe uma grande variedade de testes de normalidade e o desenvolvimento de novos e adaptações dos existentes continuam a surgir. Ao longo deste capítulo serão então descritos diversos testes não-paramétricos de ajustamento e serão explicadas as metodologias para as suas implementações.

A comparação de testes de normalidade tem sido referida em diversos artigos como “Comparisons of various types of normality tests” [64], em que é comparada a força de 8 testes através de simulação de Monte Carlo de amostras de dados obtidos a partir de distribuições de cauda curta, longa e assimétricas, alternadamente; “A power comparison of various normality tests” [65], onde é feita uma comparação de potência de cada teste através de simulação de Monte Carlo de dados gerados a partir de diferentes distribuições usando um nível de significância de 5%; “Normality Tests for Statistical Analysis: A Guide for Non-Statisticians” [66], que tem como propósito rever os procedimentos para verificação normalidade na análise estatística utilizando o *software* SPSS; entre outros.

Ao longo da presente dissertação serão descritos vários testes de ajustamento a uma função empírica (Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Cramer-Von Mises, Anderson-Darling), um teste baseado em regressão ou correlação (Shapiro-Wilk) e testes de momento (D’Agostino Pearson e Jarque-Bera).

Para todos os testes seja X uma variável aleatória com função de distribuição populacional $F_n(x)$ e seja a função de distribuição a testar $F_0(x)$.

Os testes terão como hipótese nula e alternativa as seguintes:

$$H_0: F_n(x) = F_0(x), \text{ para todos os valores de } X$$

$H_1: F_n(x) \neq F_0(x)$, para algum dos valores de X

Sendo que ao longo deste trabalho $F_0(x)$ será representativo da distribuição normal.

$$F_0(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (37)$$

3.1 Testes de ajustamento a uma função de distribuição empírica

Os testes de ajustamento a uma função de distribuição empírica são utilizados com o intuito de comparar a função de distribuição cumulativa da amostra com a função de distribuição empírica em estudo, neste caso, a distribuição normal.

3.1.1 Kolmogorov-Smirnov

Os matemáticos Andrey Kolmogorov e Vladimir Smirnov, desenvolveram o teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S), com o propósito de averiguar se os dados de uma determinada função de distribuição acumulada contínua, $F_n(x)$, podem, ou não, considerar-se como oriundos de uma população com uma distribuição acumulada empírica, $F_0(x)$ [11].

Este teste pode ser utilizado para testar vários tipos de distribuição, utilizando os mesmos valores críticos, desde que esteja totalmente especificada com parâmetros conhecidos.

Neste método, o teste examina a máxima distância entre a função de distribuição acumulada contínua, $F_n(x)$, e a função de distribuição acumulada empírica, $F_0(x)$.

Primeiramente é necessário organizar por ordem crescente os dados da amostra X , com tamanho n , a examinar, atribuindo-lhes uma ordem i .

Seguidamente, define-se a função de distribuição acumulada empírica, $F_0(x)$:

$$F_0(x) = \frac{i}{n} \quad (38)$$

Utiliza-se então a estatística de teste:

$$D = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (39)$$

Onde \sup_x significa supremum (supremo) que representa a maior das distâncias.

A hipótese nula é rejeitada se D for maior que o respectivo valor crítico tabelado por Smirnov em 1948, apresentada como Tabela B1 no Anexo B.

Porém, quando determinados parâmetros da distribuição têm de ser estimados da amostra, o teste de Kolmogorov-Smirnov não pode ser aplicado utilizando os valores críticos tabelados. Nestes casos é recomendada a utilização do teste de Lilliefors.

3.1.2 Lilliefors

O teste de Lilliefors foi desenvolvido em 1967 por Hubert Lilliefors que o propôs como uma adaptação do teste de Kolmogorov-Smirnov, para utilização aquando a existência de parâmetros desconhecidos na distribuição, tendo estes que ser estimados. Este teste compara a distribuição empírica com a distribuição normal onde a média μ e desvio padrão σ são estimados através dos dados da amostra [67].

O processo é semelhante ao apresentado no teste de Kolmogorov-Smirnov, porém é necessário padronizar os dados originais, usando as estimativas da média e do desvio padrão:

$$Z = \frac{X_i - \bar{X}}{S} \quad (40)$$

Onde X_i é a amostra aleatória, \bar{X} a média amostral e S o desvio padrão calculado a partir da amostra.

Para se obter a função de distribuição acumulada contínua, $F_n(x)$, é necessário então normalizá-la, através da Tabela B2 no Anexo B.

A estatística de teste de Lilliefors é então definida por:

$$D^* = \sup_z |F_n(z) - F_0(z)| \quad (41)$$

A hipótese nula H_0 é rejeitada se o valor calculado D^* for superior ao valor do ponto crítico apresentado na tabela elaborada por Lilliefors, apresentado na Tabela B3 do Anexo B.

3.1.3 Cramer-von Mises

Este teste, desenvolvido por Carl Cramer, Richard von Mises e Vladimir Smirnov, é um teste de ajustamento que compara uma função de distribuição com n elementos, $F_n(x)$, com a função de distribuição empírica, $F_0(x)$,

Para utilização do teste de Cramer-von Mises é necessário organizar os valores da amostra de tamanho n por ordem crescente e padronizar os mesmos, Z_i .

É utilizada a estatística de teste definida por:

$$CMV = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[Z_i - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (42)$$

A hipótese nula H_0 é rejeitada se o valor de CMV for maior que os valores tabelados por Anderson que pode ser consultada na Tabela B4 do Anexo B.

3.1.4 Anderson-Darling

O teste desenvolvido por Theodore Anderson e Donald Darling em 1952, é uma adaptação do teste de Cramer-von Mises que garante um maior peso às caudas da distribuição a testar [64].

Para calcular a estatística de teste referente ao teste em questão é necessário organizar os dados por ordem ascendente e normalizá-los.

Neste teste utiliza-se a distribuição em hipótese para o cálculo dos valores críticos, sendo a estatística de teste a seguinte:

$$AD = - \frac{\left[\sum_{i=1}^n (2i-1) \{ \ln(Z_i) + \ln(1-Z_{(n+1-i)}) \} \right]}{n} - n \quad (43)$$

Onde Z_i são os valores da amostra normalizados por ordem crescente.

Existindo ainda a modificação da estatística de teste proposta por D'Agostino e Stephens em [68], que tem em conta tamanho da amostra n :

$$AD^* = AD \left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2} \right) \quad (44)$$

Sendo esta última equação utilizada especialmente em amostras pequenas.

A hipótese nula H_0 é rejeitada se o valor de AD (ou AD*) for superior ao valor crítico passível de ser calculado através de:

$$c = a \left(1 - \frac{b}{n} - \frac{d}{n^2} \right) \quad (45)$$

Em que a, b e d podem ser encontrados na Tabela B5 do Anexo B.

É também possível atestar a veracidade da hipótese através do teste do *p-value*.

Para o cálculo do *p-value* utilizam-se as expressões:

$$p = e^{(1,2937 - 5,709AD^* + 0,0186AD^{*2})} \quad \text{se } AD^* \geq 0,6 \quad (46)$$

$$p = e^{(0,9177 - 4,279AD^* - 1,38AD^{*2})} \quad \text{se } 0,34 < AD^* < 0,6 \quad (47)$$

$$p = 1 - e^{(-8,318 + 42,796AD^* - 59,938AD^{*2})} \quad \text{se } 0,2 < AD^* < 0,34 \quad (48)$$

$$p = 1 - e^{(-13,436 + 101,14AD^* - 223,73AD^{*2})} \quad \text{se } AD^* \leq 0,2 \quad (49)$$

A hipótese nula H_0 é rejeitada se o valor do *p-value* for inferior ao nível de significância utilizado.

3.2 Testes de Regressão

Os testes de regressão e correlação são baseados no facto de uma variável $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ poder ser expressa através de $Y = \mu + \sigma X$, onde $X \sim N(0,1)$. Os testes de regressão focam-se na inclinação da linha da amostra quando confrontada com os valores esperados para a normalidade dos dados e os testes de correlação concentram-se na força dessa relação.

3.2.1 Shapiro-Wilk

Proposto em 1965, por Samuel Sanford Shapiro e Martin Wilk, o teste de Shapiro-Wilk considera-se um dos mais utilizados e poderosos testes para confirmação da normalidade dos dados.

O teste originalmente descrito por Shapiro e Wilk é recomendado para amostras com uma dimensão $n \leq 50$, tendo sido posteriormente proposto um algoritmo por Royston, em 1995, capaz de ser utilizado para amostras no intervalo $3 \leq n \leq 5000$.

Primeiramente é necessária a organização dos valores da amostra por ordem crescente e o cálculo de:

$$b = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n/2} a_{n-i+1} \times (Y_{n-i+1} - Y_i) & \text{se } n \text{ é par} \\ \sum_{i=1}^{(n+1)/2} a_{n-i+1} \times (Y_{n-i+1} - Y_i) & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (50)$$

Onde Y_i é o valor da amostra de ordem i e os valores de a_i podem ser obtidos através de:

$$a_i = m^T V^{-1} \left(m^T V^{-1} V^{-1} m \right)^{-1/2} \quad (51)$$

Ou através da Tabela B6 do Anexo B.

É então possível o cálculo da estatística do teste de Shapiro-Wilk definida por:

$$W = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (52)$$

Onde \bar{Y} é a média amostral.

O valor de W varia entre 0 e 1, sendo que os valores mais próximos de 0 levam à rejeição da hipótese nula H_0 enquanto que valores mais próximos da unidade apontam para uma distribuição semelhante à normal.

Rejeita-se a hipótese nula, para um valor de significância α , caso $W < W_c$, os valores críticos W_c podem ser verificados na Tabela B7 do Anexo B.

3.3 Testes de momento

Os testes de momento baseiam-se nos testes de assimetria e nos testes de achatamento (ou curtose), sendo a assimetria e o achatamento da amostra em estudo comparados com os da distribuição normal. Uma distribuição normal tem valores de assimetria e achatamento de 0 e 3, respetivamente. Se os valores de assimetria e achatamento divergirem significativamente de 0 e 3, assume-se que os dados em questão não sejam normalmente distribuídos.

O teste de assimetria é muitas vezes utilizado como uma estatística bilateral, uma vez que a não normalidade pode aparecer tanto na função de densidade da inclinação esquerda como direita.

É necessário calcular $\sqrt{b_1}$ e s.e. para posterior cálculo da estatística z_s :

$$\sqrt{b_1} = \frac{m_3}{m_3^{3/2}} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^3}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^{2^{3/2}}} \quad (53)$$

$$s.e. = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}} \quad (54)$$

$$z_s = \frac{\sqrt{b_1}}{s.e.} \quad (55)$$

O teste de assimetria investiga as seguintes hipóteses:

$$H_0: \sqrt{b_1} = 0$$

$$H_1: \sqrt{b_1} \neq 0$$

Já o teste de achatamento é utilizado para decidir se uma população é ou não normalmente distribuída, e são utilizadas as hipóteses:

$$H_0: \beta_2 = 3$$

$$H_1: \beta_2 \neq 3$$

Para o cálculo da estatística de teste z_k , é necessário o cálculo anterior de β_2 e de w^2 .

$$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^4}{\left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right)^2} \quad (56)$$

$$w^2 = -1 + \sqrt{2(c-1)} \quad (57)$$

$$z_k = \frac{\sqrt{b_1}}{s.e.} \quad (58)$$

Existem vários testes que utilizam em simultâneo os testes de assimetria e achatamento, entre os quais o teste de D'Agostino Pearson e o teste de Jarque-Bera, que apresentam estatísticas que combinam o teste de assimetria e o teste de achatamento de modo a produzirem testes mais abrangentes de normalidade.

3.3.1 D'Agostino Pearson

O teste de D'Agostino Pearson foi um teste desenvolvido por Ralph B. D'Agostino em 1970 e posteriormente adaptado pelo mesmo e por Egon Pearson em 1973.

Este teste baseia-se no facto de, quando os dados são normalmente distribuídos, a estatística de teste terá uma distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade [69]. Sendo a estatística de teste:

$$K^2 = z_s^2 + z_k^2 \sim \chi^2 \quad (59)$$

O valor do *p-value* é retirado da função de distribuição do qui-quadrado, para dois graus de liberdade.

A hipótese nula H_0 é rejeitada se o valor do *p-value* for menor que o valor do nível de significância utilizado.

3.3.2 Jarque-Bera

O teste de Jarque-Bera recebeu o nome de Carlos Jarque e Anil K. Bera assume, como no teste anteriormente referido, a ideia de soma dos dois testes estatísticos de achatamento e assimetria, porém utiliza os valores de assimetria $\sqrt{b_1}$ e achatamento β_2 em vez das suas transformações.

Para a realização do presente teste são então necessários os cálculos de assimetria e achatamento. A estatística de teste é indicada através de:

$$JB = n \frac{(\sqrt{b_1})^2}{6} + \frac{(\beta_2 - 3)^2}{24} \quad (60)$$

Assim como no teste de D'Agostino Pearson, a estatística do teste de Jarque-Bera segue, aproximadamente, uma distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade, como tal, o valor do *p-value* pode ser retirado da função de distribuição do qui-quadrado.

Rejeita-se a hipótese nula H_0 caso o valor do *p-value* for inferior ao nível de significância utilizado.

4 A Unidade Industrial e o Caso

4.1 Descrição do caso

A presente dissertação e estudo utilizam como exemplo uma unidade de um grupo industrial português, fundado na década de 1980, cujo *core business* é a produção de componentes para a indústria automóvel.

Essa unidade trabalha em três turnos por dia, cada um com 8 horas. Nos processos de produção de peças metálicas são utilizadas diversas ferramentas do Controlo Estatístico dos Processos para ter um melhor controlo da sua qualidade.

No estudo realizado, é utilizada como exemplo a característica dimensional de um tubo soldado subdimensionado de 89,8 mm, com uma tolerância inferior e superior de 0,1 mm.

Na unidade industrial a frequência de recolha para medição e inspeção está estabelecida numa amostra de 5 peças por turno de trabalho, sendo efetuadas e compiladas 50 amostras. Este tamanho de amostra será utilizado aquando da simulação de modo a manter-se uma coerência com as cartas de controlo utilizadas no grupo industrial.

Uma vez que no grupo industrial aproveitado como exemplo se empregam as Cartas de Controlo para a Média e Amplitude, as mesmas serão utilizadas ao longo do estudo realizado.

4.2 Descrição da simulação e do objetivo

Para a realização deste estudo foram simuladas amostras aleatórias tendo por base as características dimensionais anteriormente referidas.

Através da ferramenta *Microsoft Excel* foi realizado um extenso modelo com a capacidade de gerar aleatoriamente dados tendo em conta os limites de especificação da peça automóvel utilizada como exemplo.

Esses mesmos dados foram colocados numa Carta de Controlo muito semelhante à utilizada na Unidade Industrial e através da mesma foi realizado o estudo presente nesta dissertação.

O estudo apresentado tem, como principal objetivo, uma comparação de diversos testes não-paramétricos para verificação da aproximação dos dados recolhidos à distribuição normal, testes esses referidos no Capítulo 3.

Assim como é descrito na secção 2.14.3 existe uma necessidade em verificar se os dados seguem, ou não, a distribuição normal, sob forma do valor do ARL, medida mais utilizada para a avaliação do desempenho das carta de controlo, não corresponder à amostra apresentada. E com isto, serem tomadas medidas erróneas referentes ao processo em estudo devido ao aumento de falsos alarmes.

Como referido anteriormente os vários testes não-paramétricos para verificação da normalidade dos dados seguem diferentes métodos sendo, então, de esperar que nem sempre tenham os mesmos resultados.

No estudo realizado por [64] foi possível provar, através de simulação de Monte Carlo, que o teste proposto por Shapiro e Wilk teriam um melhor desempenho na maioria das distribuições a testar.

O estudo presente nesta dissertação visa a verificação prática das diferenças de sensibilidade dos vários testes não-paramétricos referidos, através da sua utilização em diversos grupos de dados, aleatoriamente gerados.

É importante de frisar que apenas se todos os testes realizados numa amostra constatarem que a amostra segue uma distribuição normal podemos assumir esta suspeita, se algum dos testes obtiver uma conclusão discrepante, estando a amostra em controlo estatístico, não se deve depreender o seguimento da distribuição normal.

Os dados gerados seguiram a premissa, mencionada na secção 2.11.1 de que “para que as cartas de controlo sejam eficazes é necessária a recolha de dados a partir de amostras provenientes do processo, devendo ser geralmente obtidas sob forma de m subgrupos racionais de tamanho n ”.

Como tal, foram gerados 50 subgrupos racionais com um tamanho de 5 amostras cada um, por diversas vezes. É importante a existência de um tamanho de amostras de 50 devido às condições de aplicabilidade de todos os testes, sem necessidade de aplicar outras modificações.

Com base nesses dados foram preenchidas as cartas de controlo para a média e para a amplitude, Carta \bar{X} e Carta R, respetivamente; foi verificada a existência de causas especiais de variação; e foram ainda avaliadas diversas medidas de desempenho para as mesmas como o ARL, o índice C_{pk} .

Foi necessária a geração de centenas de dados de forma a verificar a existência ou não de cenários onde os diversos testes dariam, ou não, diferentes resultados face à normalidade dos dados, sendo que só poderiam ser estudados casos onde não fossem verificadas causas especiais de variação de acordo com as quatro regras descritas na ISO 7870-1:2019 [56], mencionadas na secção 2.12.

É de grande importância frisar que para a escolha dos casos estudados foram necessárias extensas simulações e que os cenários foram, com mais ou menos regularidade, encontrados por diversas vezes.

De seguida é apresentado um caso estudado, sendo exibidas as respetivas cartas de controlo (Figura 4.1 e Figura 4.2) e respetivos parâmetros (Tabela 4.1).

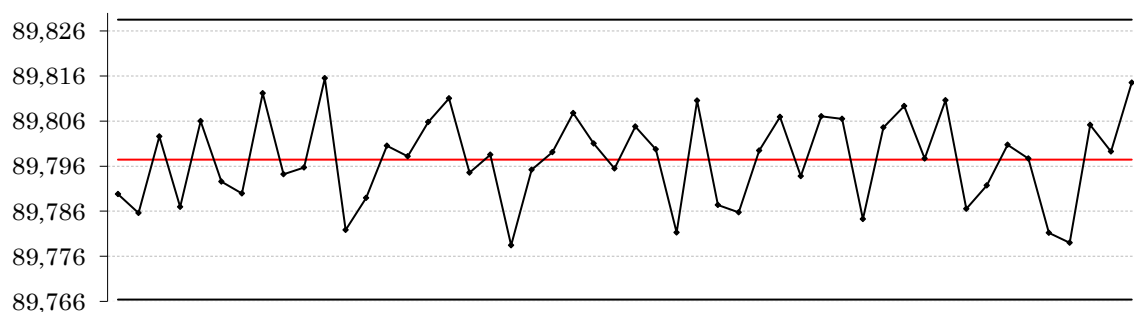


Figura 4.1- Carta de Controlo para a Média

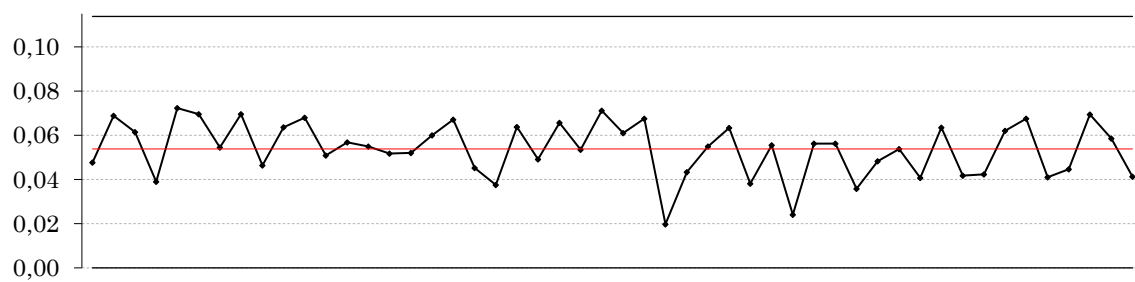


Figura 4.2 - Carta de Controlo para a Amplitude

Tabela 4.1 - Limites das Cartas de Controlo, Capacidade do Processo e ARL (Caso I)

Carta \bar{X}		
LIC		89,766
LSC		89,829
LC		89,797
Carta R		
LIC		0
LSC		0,114
LC		0,054
C_{pk}		1,404
$ARL_{em\ controlo}$		370

5 Resultados

Ao longo do caso em estudo foram feitas centenas de simulações sendo escolhidos para comparação três casos, descritos neste capítulo, capazes de ilustrar cenários bastante diferentes tendo em conta os resultados dos testes de normalidade, com valores próximos de C_{pk} , cujas Cartas de Controlo indicam a não existência de causas especiais de variação.

Seguiu-se então a execução de testes não-paramétricos para atestar se os dados proveem ou não de distribuições normais, sendo eles o Lilliefors, Anderson-Darling, Shapiro-Wilk, Cramer-von Mises, D'Agostino Pearson e Jarque-Bera. É ainda importante referir que para todos os casos é considerado um nível de significância de 5% e que os Testes de Hipótese realizados são:

H_0 : A amostra segue uma distribuição normal

H_1 : A amostra não segue uma distribuição normal

5.1 CASO I

No primeiro caso, foram simuladas amostras e construídas as Cartas de Controlo da Média e Amplitude, Figura 4.1 e Figura 4.2, respetivamente.

Como apresentado na Tabela 4.1, o valor do C_{pk} é 1,404 e, uma vez que corresponde a um valor superior a 1,33, é considerado que o processo tem a capacidade de produzir dentro das especificações.

Foram examinadas as Cartas de Controlo de modo a verificar a existência, ou não, de padrões de não-aleatoriedade, concluindo-se que não se verificava o incumprimento das regras descritas na secção 2.12, tanto no gráfico da média como no gráfico da amplitude.

Foi então atestada a normalidade dos dados referentes à amostra descrita, sendo utilizado o *software Microsoft Excel* como recurso para os cálculos, sendo os mesmos apresentados no Anexo E. Os resultados dos diversos testes realizados são apresentados na tabela resumo em seguida, Tabela 5.1, bem como a resposta ao Teste de Hipótese realizado para cada um.

Tabela 5.1- Resultados dos testes não-paramétricos do Caso I

	Teste	Estatística	<i>P-value</i>	Rejeitar?
Lilliefors	É $D > 0,1246$?	$D=0,06478$		Não
Anderson-Darling	É $AD > 0,7392$ e o <i>p-value</i> $< 0,05$?	$AD=0,33983$		Não
Shapiro-Wilk	É $W > 0,947$ e o <i>p-value</i> $< 0,05$?	$W=0,96154$	$0,10309$	Não
Cramer-von Mises	É $T > 0,2193$?	$T=0,04689$		Não
D'Agostino Pearson	É o <i>p-value</i> $< 0,05$?		$0,38149$	Não
Jarque-Bera	É o <i>p-value</i> $< 0,05$?		$0,41341$	Não

Seguidamente, são também apresentados os gráficos referentes às frequências acumuladas observadas dos testes de Lilliefors, Anderson-Darling, Shapiro-Wilk e Cramer-von Mises, que traduzem a aproximação da amostra à distribuição normal.

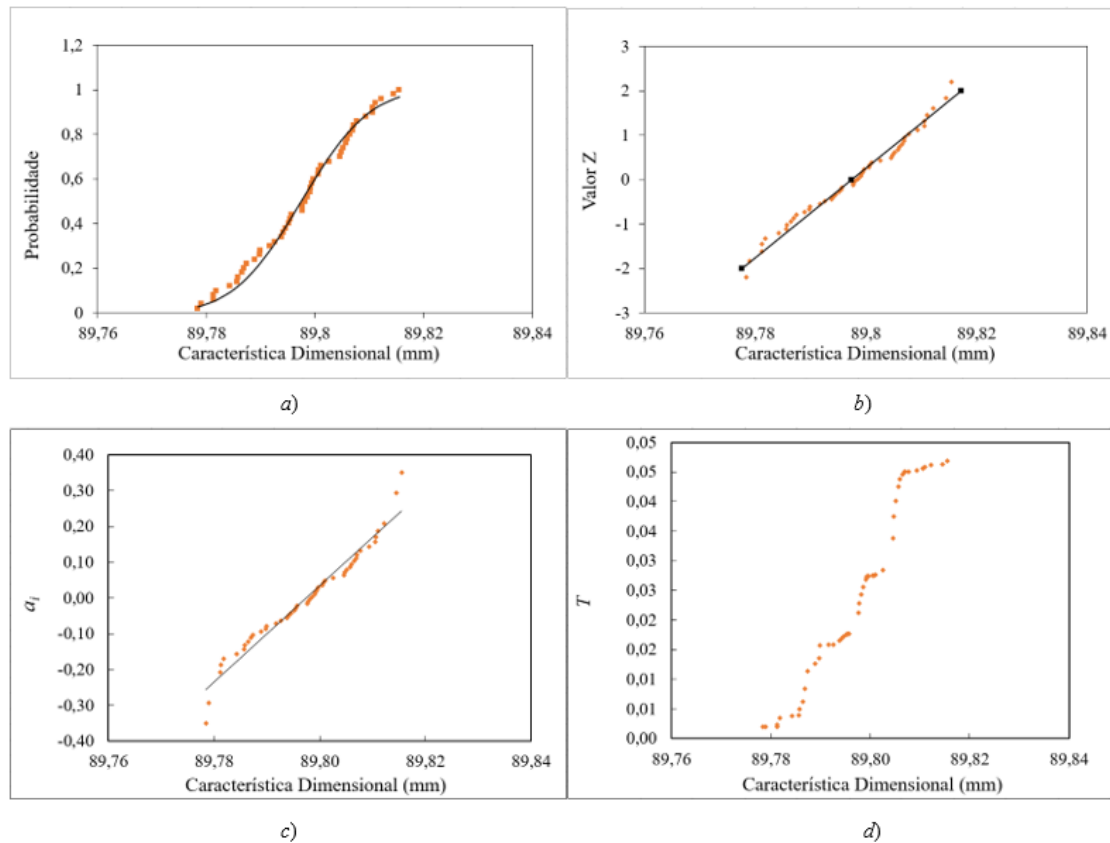


Figura 5.1 - Resultados (caso I) dos testes a) de Lilliefors b) de Anderson-Darling c) de Shapiro-Wilk d) de Cramer-von Mises

Como é possível verificar, nenhum dos gráficos apresenta um grande desvio que indique a não normalidade dos dados.

Pode concluir-se que o processo em estudo é estável e não apresenta causas especiais de variação, o que permite inferir que o processo é capaz de produzir a peça conforme especificações.

5.2 CASO II

Foram, uma vez mais, gerados dados aleatórios através do Excel correspondentes aos limites de especificação apresentados anteriormente, as Cartas de Controlo da Média e Amplitude respectivas, bem como os valores de especificação das mesmas encontram-se no Anexo D, Figura C1, Figura C2 e Tabela C1.

Neste caso, foi novamente estudado um conjunto de 50 subgrupos de 5 amostras cujo valor de C_{pk} correspondia a 1,401.

Seguiu-se o mesmo método do Caso I sendo estudada a normalidade dos dados através dos testes paramétricos anteriormente mencionados, os valores relativos aos cálculos dos testes encontram-se no Anexo E e obtiveram-se os resultados apresentados na Tabela 5.2:

Tabela 5.2- Resultados dos testes não-paramétricos - Caso II

	Teste	Estatística	P-value	Rejeitar?
Lilliefors	É $D > 0,1246$?	D= 0,06101		Não
Anderson-Darling	É $AD > 0,7392$ e o p - $value < 0,05$?	AD=0,50883	0,19851	Não
Shapiro-Wilk	É $W > 0,947$ e o p - $value <$ $0,05$?	W= 0,95270	0,04409	Sim
Cramer-von Mises	É $T > 0,2193$?	T= 0,06249		Não
D'Agostino Pearson	É o p - $value < 0,05$?		0,38149	Não
Jarque-Bera	É o p - $value < 0,05$?		0,41340	Não

Como é possível verificar o teste de Shapiro-Wilk apresenta um valor de p - $value$ inferior ao valor do nível de significância de $\alpha = 5\%$, como tal rejeita-se a Hipótese Nula, isto é, segundo o teste de Shapiro-Wilk, rejeita-se a hipótese da amostra seguir uma distribuição normal.

Seguidamente são apresentados os gráficos referentes à amostra em estudo segundo o teste de Lilliefors, Anderson-Darling, Shapiro-Wilk e Cramer-von Mises.

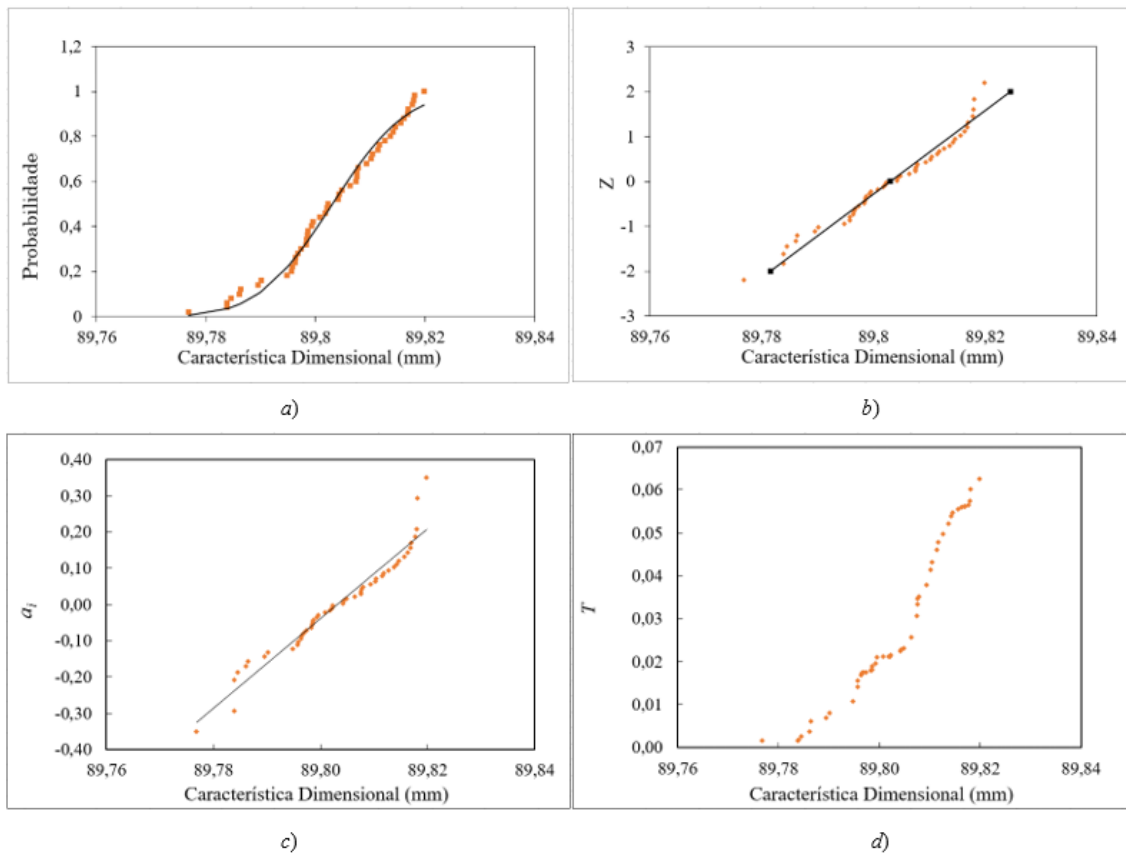


Figura 5.2- Resultados (caso II) dos testes a) de Lilliefors b) de Anderson-Darling c) de Shapiro-Wilk d) de Cramer-von Mises

É de notar uma existência de um maior desvio relativamente à reta de dispersão, que será estudada com mais pormenor na secção 5.4.

5.3 CASO III

Após geração de diversos novos grupos de dados aleatórios foi escolhido para ilustrar este terceiro caso, encontrado menos frequentemente após muitas simulações, o grupo de dados em seguida. Uma vez mais, não foram encontradas causas especiais de variação uma vez que não se verificavam quaisquer padrões de não aleatoriedade.

Neste caso, foi calculado um C_{pk} com o valor de 1,409.

Após a realização dos diferentes testes não-paramétricos de aproximação à normalidade, apresentados no Anexo E, foram compilados os resultados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3- Resultados dos testes não-paramétricos - Caso III

	Teste	Estatística	<i>P-value</i>	Rejeitar?
Lilliefors	É $D > 0,1246$?	$D = 0,11997$		Não
Anderson-Darling	É $AD > 0,7392$ e o p - <i>value</i> $< 0,05$?	$AD = 1,0236$	0,01077	Sim
Shapiro-Wilk	É $W > 0,947$ e o p - <i>value</i> $<$ 0,05?	$W = 0,9357$	0,00911	Sim
Cramer-von Mises	É $T > 0,2193$?	$T = 0,1701$		Não
D'Agostino Pearson	É o p - <i>value</i> $< 0,05$?		0,16752	Não
Jarque-Bera	É o p - <i>value</i> $< 0,05$?		0,19172	Não

Como é possível verificar o valor da estatística do teste de Anderson-Darling apresenta um valor de 1,0236 e um *p-value* de 0,01077, podemos assim verificar que $AD < AD_{crítico}$ e que $0,01077 < 0,05$, como tal rejeita-se a Hipótese Nula para o teste não-paramétrico em questão.

Já no teste de Shapiro-Wilk, como no caso apresentado anteriormente, a Hipótese Nula é rejeitada, uma vez que $0,9357 < W_{crítico}$ e que o valor de *p-value* calculado é inferior ao nível de significância de 5%.

Uma vez que dois dos testes apresentam valores aos testes de hipótese diferentes, não é possível afirmar com completa certeza que os valores da amostra proveem de uma distribuição normal.

Na Figura 5.3 é possível verificar que os pontos referentes à amostra já apresentam alguns distanciamentos relativamente às retas da normalidade.

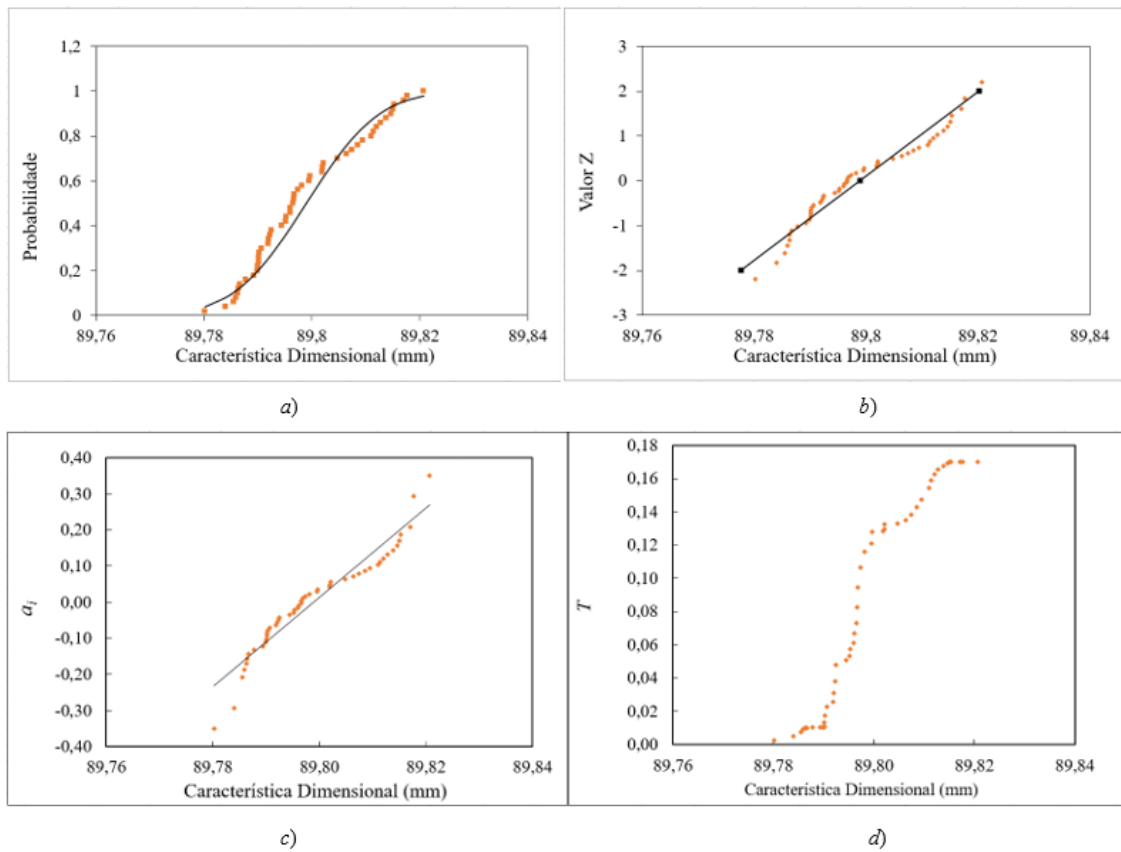


Figura 5.3- Resultados (Caso III) dos testes a) de Lilliefors b) de Anderson-Darling c) de Shapiro-Wilk d) de Cramer-von Mises

5.4 Estudo dos gráficos de frequências

De modo a tentar compreender se é ou não possível verificar o comportamento dos testes graficamente tendo em conta os valores das suas estatísticas de teste foi realizada uma comparação.

Seguem, apresentados na Tabela 5.4, os valores dos limites de controlo, C_{pk} e ARL s dos quatro cenários distintos em estudo.

Tabela 5.4- Limites, C_{pk} e ARL

	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
LIC	89,775	89,766	89,772	89,768
LC	89,804	89,797	89,803	89,799
LSC	89,834	89,829	89,834	89,830
C_{pk}	1,44	1,404	1,401	1,409
$ARL_{em\ controlo}$	370	370	370	370

Aplicando-se o teste de Lilliefors às diferentes situações descritas na Tabela 5.4 obtêm-se os gráficos da Figura 5.4, com $D=0,0525$ para o Cenário 1, $D=0,0648$ para o Cenário 2, $D=0,0610$ e $D=0,1199$ para os Cenários 3 e 4, respectivamente.

Uma vez que todos se encontram abaixo do valor crítico para uma amostra com o tamanho 50, $D_{\text{crítico}}=0,1246$, segundo o teste de Lilliefors todas as amostras testadas seguem uma distribuição normal. Porém, à medida que a estatística da amostra se aproxima do valor crítico os pontos distanciam-se da linha representativa da distribuição normal apresentada graficamente.

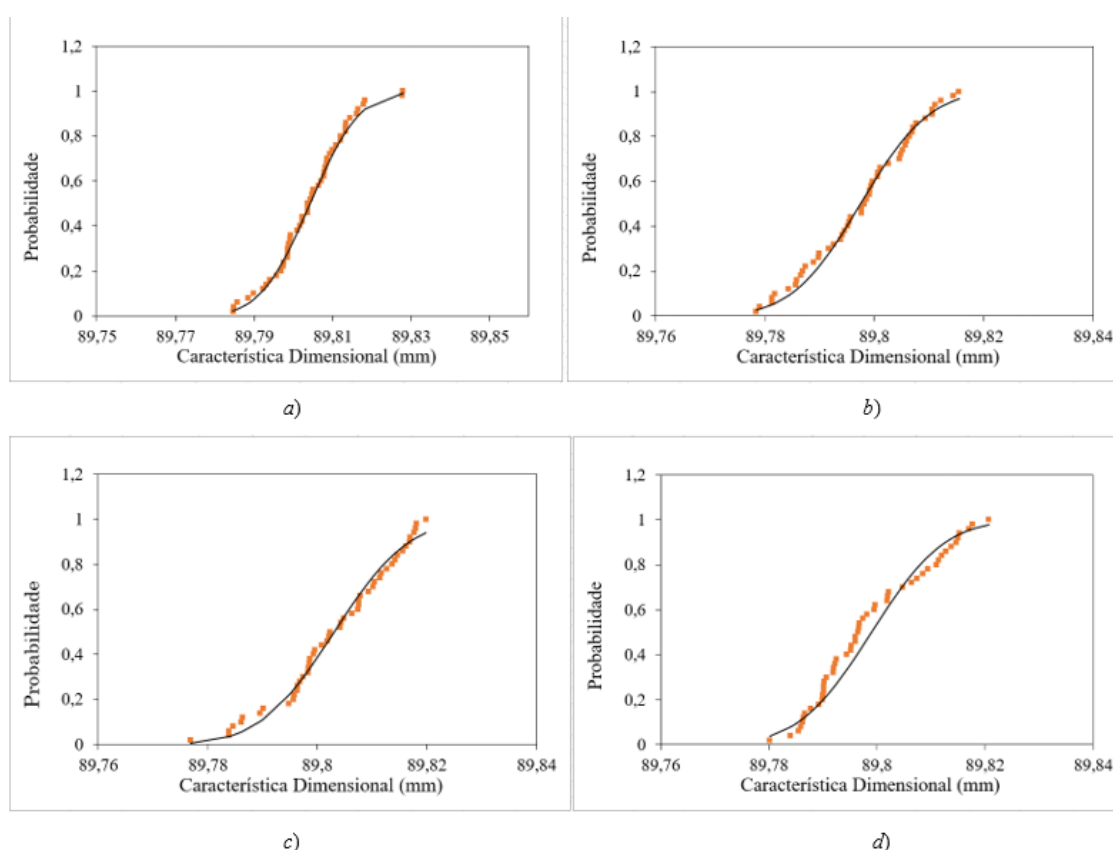


Figura 5.4 - Resultados teste Lilliefors a) Cenário 1 b) Cenário 2 c) Cenário 3 d) Cenário 4

Para o teste de Anderson-Darling, para o tamanho da amostra em questão, o valor crítico da estatística de teste é $AD_{\text{crítico}}= 0,7392$.

Tabela 5.5 - Estatísticas e *p-values* teste não-paramétrico Anderson-Darling

	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
p-value	0,9287	0,5017	0,1985	0,0108
AD	0,1727	0,3398	0,5088	1,0237

Segundo o teste não-paramétrico de Anderson-Darling, cujos valores das estatísticas de teste e p -values se encontram na Tabela 5.5, o Cenário 4 segue uma distribuição normal, uma vez que apenas nesse cenário o valor da estatística AD é maior que o valor de $AD_{crítico}$.

Os gráficos representativos destes resultados estão apresentados na Figura 5.5, como é possível compreender através da análise da figura no último cenário (Figura 5.5- Resultados teste Anderson-Darling a) Cenário 1 b) Cenário 2 c) Cenário 3 d) Cenário 4 a tendência dos pontos afasta-se muito da reta de referência.

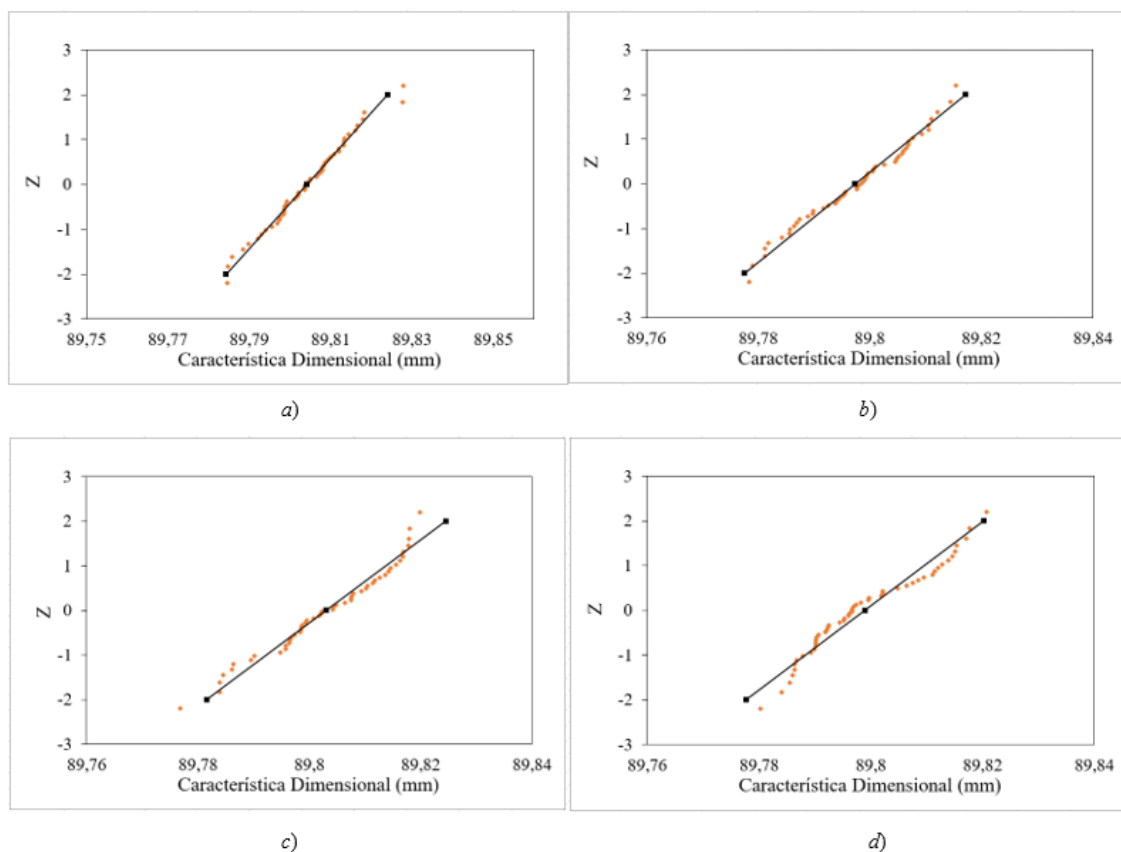


Figura 5.5- Resultados teste Anderson-Darling a) Cenário 1 b) Cenário 2 c) Cenário 3 d) Cenário 4

Para o teste de Shapiro-Wilk obteve-se a Figura 5.6 como representação dos resultados obtidos aquando a análise das quatro situações descritas anteriormente.

Os valores das estatísticas e p -values respetivos de cada Cenário estão apresentados na Tabela 5.6, sendo ainda importante notar que o valor crítico

para o teste de Shapiro-Wilk tendo em conta que n tem o valor de 50 é de $W_{\text{crítico}} = 0,947$.

Tabela 5.6 - Estatísticas e p -values teste não-paramétrico Shapiro-Wilk

	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
p -value	0,4589	0,1031	0,0441	0,0091
W	0,9777	0,9615	0,9527	0,9357

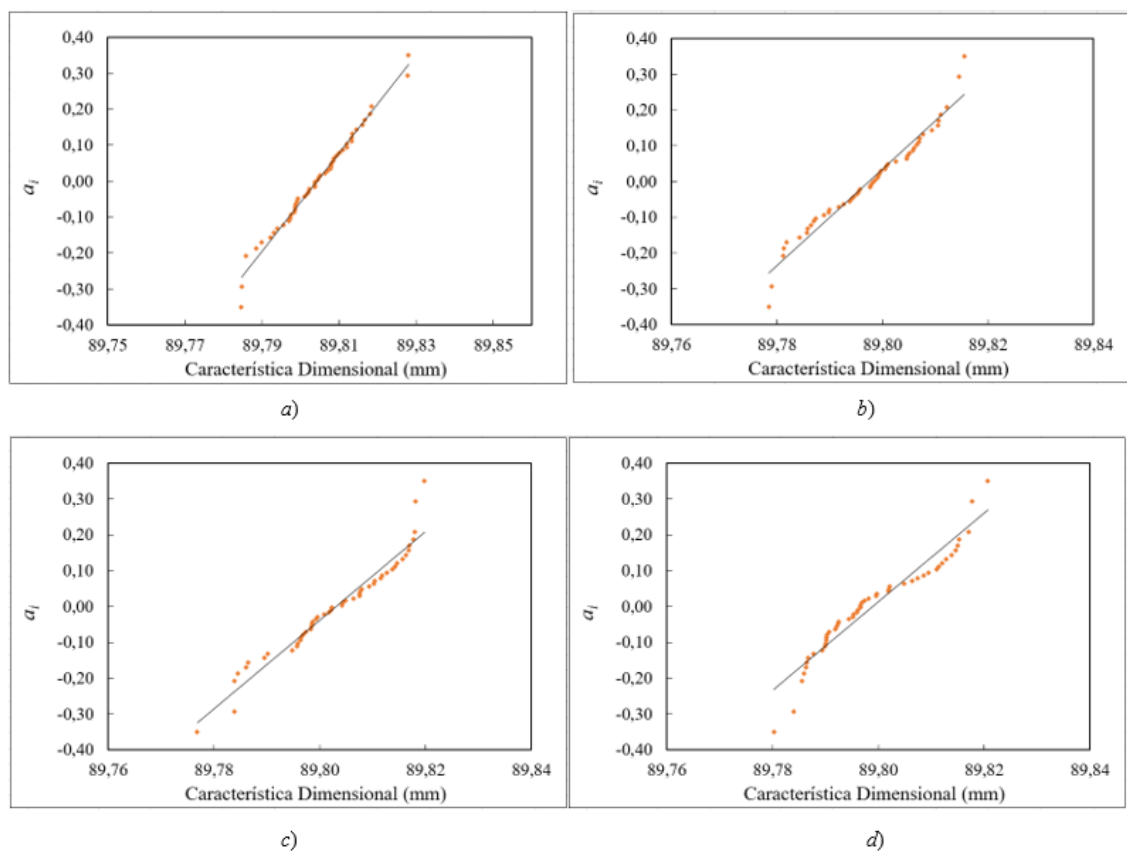


Figura 5.6- Resultados teste Shapiro-Wilk a) Cenário 1 b) Cenário 2 c) Cenário 3 d) Cenário 4

Através da análise da Figura 5.6 é possível reparar que à medida que o valor da estatística aumenta existe um maior afastamento dos pontos em relação à reta. É de notar que nas figuras a) e b) os pontos são bastante próximos à reta representativa da distribuição normal, já nas figuras c) e d) existe uma grande dispersão face à mesma, o que indica que a amostra não se enquadra numa distribuição normal, como corroborado através dos resultados estatísticos calculados.

É importante referir que os resultados dos diversos testes foram validados. Os dados das amostras foram colocados no *software SPSS* e comprovou-se que os resultados do teste de Lilliefors obtiveram a mesma resposta quanto à não rejeição das hipóteses nulas nos quatro cenários.

Quanto aos outros testes de ajustamento, e para todos os cenários, foram os resultados foram validados através das seguintes ferramentas estatísticas:

- <https://contchart.com/goodness-of-fit.aspx>

- <https://www.gigacalculator.com/calculators/normality-test-calculator.php>

E foram obtidos, para todos os testes, resultados semelhantes quanto às estatísticas dos testes em estudo e respetivos resultados dos testes de hipóteses.

6 Conclusão e perspectivas de trabalhos futuros

Neste capítulo apresenta-se um resumo geral das principais elações retiradas ao longo do desenvolvimento do estudo.

A Qualidade é um requisito fundamental para qualquer organização devido ao aumento da competição no mercado e o aumento do requerimento de altos padrões da qualidade por parte dos consumidores. Torna-se então necessária a preocupação com a qualidade não só dos produtos finais como dos processos produtivos, sendo necessária a implementação de ferramentas para controlar e melhorar a qualidade dos processos.

Uma vez que grande parte das ferramentas da qualidade utiliza o pressuposto de que os dados da amostra se distribuem normalmente sob risco de aumentar a taxa de falsos alarmes.

Ao longo desta dissertação, o objetivo foi avaliar se as amostras obtidas e estudadas através das Cartas de Controlo proveriam ou não de uma distribuição normal.

Para o efeito, foi utilizada como exemplo uma peça para automóvel fabricada por uma PME portuguesa, com medidas de 89,80 mm com uma tolerância de $\pm 0,10$ mm.

Foram então comparadas três Cartas de Controlo, ferramentas estas do Controlo Estatístico do Processo com o intuito de avaliar se as amostras geradas derivavam de uma população com uma distribuição normal ou não. Assim, vários testes de ajustamento foram utilizados e comparados.

Ao longo do trabalho utilizaram-se os testes de Lilliefors, Anderson-Darling, Shapiro-Wilk, Cramer-von Mises, D'Agostino Pearson e Jarque-Bera.

Sendo que, de acordo com literatura, alguns testes de ajustamento são mais poderosos que outros na deteção de desvios à normalidade, os três cenários foram avaliados recorrendo aos diversos testes.

O primeiro cenário indicou que os dados medidos seguem uma distribuição normal. No segundo cenário, o teste não-paramétrico de ajustamento Shapiro-Wilk rejeitou a hipótese nula, enquanto que no terceiro cenário ambos os testes de Shapiro-Wilk e de Anderson-Darling rejeitaram a hipótese nula, indicando assim que os dados em estudo não seguem uma distribuição normal.

É de grande importância frisar que para a escolha dos casos estudados foram necessárias extensas simulações e que os cenários foram, com mais ou menos regularidade, encontrados por diversas vezes. Sendo que, com uma maior frequência se verifica a coerência da resposta obtida por todos os testes, como acontece no primeiro cenário.

De modo a compreender a possibilidade de verificar graficamente o comportamento dos testes não-paramétricos tendo em conta os valores das estatísticas obtidas de diferentes amostras, avaliaram-se através dos testes de Lilliefors, Anderson-Darling e Shapiro-Wilk quatro cenários.

Através dos três testes verifica-se um afastamento dos dados da amostra da linha tendência referente à distribuição normal à medida que os valores das estatísticas aumentam. Podendo afirmar-se que tanto para o teste de Anderson-Darling como para o teste de Shapiro-Wilk, os resultados gráficos apresentados corroboram os resultados estatísticos dos testes, uma vez que existe um afastamento dos pontos à linha tendência relevantes nos cenários em que a hipótese nula é rejeitada.

Com base nos resultados obtidos, caso o leitor suspeite que a sua distribuição é assimétrica, recomenda-se a utilização do teste de Shapiro-Wilk, uma vez que este será o mais adequado para testar o ajustamento da amostra a uma distribuição normal, visto que se provou ser mais sensível, em diversas simulações, na indicação se os dados derivam ou não de uma distribuição normal; seguido por ordem de sensibilidade do teste de ajustamento de Anderson-Darling.

Após aplicação do teste não-paramétrico e caso a amostra em estudo não se aproxime de uma distribuição normal, não se poderá admitir que a Carta de Controlo em estudo se encontre incorreta, nem que o processo se encontra fora de controlo estatístico, mas sim que a taxa de possíveis falsos alarmes possa ser superior ao esperado com base no valor do $ARL_{em\ controlo}$, o que poderá resultar numa maior frequência de paragens ao longo do processo produtivo e conduzirá a um consequente aumento de custos.

Este estudo contribui assim, para apoiar um responsável pela qualidade na seleção do teste de ajustamento mais adequado para confirmar se as amostras que pretende estudar provêm, ou não, de uma população que se aproxime a uma distribuição normal garantindo assim um controlo mais preciso do processo.

6.1 Trabalhos futuros

Tendo em consideração o trabalho desenvolvido no âmbito da presente dissertação são sugeridos vários tópicos a abordar futuramente.

Uma vez que segundo Amin [58], existirão maiores impactos no desempenho nas cartas de dispersão do que nas de controlo da média, quando o pressuposto da normalidade não é validado, propõe-se a implementação do presente estudo e comparação dos diversos testes de normalidade às cartas de controlo da amplitude em vez da utilização dos valores referentes às cartas de controlo da média.

Sugere-se também a realização de um estudo com outros testes não-paramétricos de ajustamento à normalidade como Teste de Anscombe-Glynn, Teste de Shapiro-Francia, Teste de Ryan-Joiner, Teste de Bowman-Shenton, Teste de Bonnet e Seier, Teste de Coin, entre outros.

Outro trabalho que pode ser realizado é a comparação de testes tentando compreender quais se ajustarão melhor a distribuições ligeiramente assimétricas, moderadamente assimétricas ou grandemente assimétricas.

Pode ainda ser feito um estudo do comportamento dos diversos testes de normalidade tendo em conta os tamanhos das amostras em estudo, desde pequenos tamanhos até grandes amostras. Por exemplo aplicar os diferentes testes paramétricos a amostras e verificar o comportamento e observar possíveis diferenças e/ou semelhanças.

Por fim, é ainda proposto um estudo de comparação de diversos testes de ajustamento a outro tipo de funções que não a distribuição normal, como por exemplo utilizar os testes de Lilliefors, Cramer-von Mises e Anderson-Darling para testar o ajustamento de determinadas amostras à distribuição *lognormal* ou *Weibull*.

6.2 Contribuições de pesquisa resultantes deste trabalho

Da presente dissertação resultou um trabalho de contribuição científica em Actas de Conferências Científicas Internacionais, sob forma de um artigo publicado na Conferencia *9th International Conference on Industrial Technology and Management* (ICITM 2020) que decorreu em Oxford, Reino Unido nos dias 25-27 de Março de 2020.

6.2.1 Artigo de Conferencia

C. Silva, R. Godina, “Goodness-of-fit Tests Comparison for Statistical Process Control in an Automotive Industrial Unit”, 9th International Conference on Industrial Technology and Management (ICITM 2020), 25-27 March, 2020, Oxford, United Kingdom, *accepted and presented, in press*.

Bibliografia

- [1] «Industrial production statistics - Statistics Explained». https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Industrial_production_statistics#Results_for_some_examples_of_products_or_group_of_products_sold (acedido Mar. 01, 2020).
- [2] D. Storrie, «The future of manufacturing in Europe», p. 80.
- [3] M. Bisello, E. Fernández-Macías, e M. E. Hansen, *New tasks in old jobs: drivers of change and implications for job quality: future of manufacturing*. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2018.
- [4] «The Future of Manufacturing: 2020 and Beyond», *Kronos Inc.* <https://www.kronos.com/resources/future-manufacturing-2020-and-beyond> (acedido Mar. 01, 2020).
- [5] W. A. Gould e R. W. Gould, «CHAPTER 6 - Statistical Quality and Process Control», em *Total Quality Assurance for the Food Industries*, W. A. Gould e R. W. Gould, Eds. Woodhead Publishing, 2001, pp. 61–86.
- [6] L. P. Fávero e P. Belfiore, «Chapter 22 - Statistical Process Control», em *Data Science for Business and Decision Making*, L. P. Fávero e P. Belfiore, Eds. Academic Press, 2019, pp. 941–981.
- [7] R. Godina e J. C. O. Matias, «Statistical Process Control Accuracy Estimation of a Stamping Process in Automotive Industry», em *Innovations Induced by Research in Technical Systems*, Cham, 2020, pp. 48–60, doi: 10.1007/978-3-030-37566-9_5.
- [8] P. Castagliola e F. Tsung, «Autocorrelated SPC for Non-Normal Situations», *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 21, n. 2, pp. 131–161, 2005, doi: 10.1002/qre.612.
- [9] International Organization for Standardization, *ISO 9000:2015 Quality management systems — Fundamentals and vocabulary*. 2015.
- [10] E. E. Udofia, «Understanding quality management and customer satisfaction: A necessity», *European Journal of Applied Business and Management*, vol. 5, n. 4, Dez. 2019, Acedido: Jan. 15, 2020. [Em linha]. Disponível em: <https://nidisag.isag.pt/index.php/IJAM/article/view/455>.
- [11] J. Requeijo e Z. Pereira, *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*, 2ª. FFCT - Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2012.
- [12] C. O'Neill, «Taylorism, the European Science of Work, and the Quantified Self at Work», *Science, Technology, & Human Values*, vol. 42, n. 4, pp. 600–621, Jul. 2017, doi: 10.1177/0162243916677083.
- [13] A. Stoller, «Taylorism and the logic of learning outcomes», *Journal of Curriculum Studies*, vol. 47, n. 3, pp. 317–333, Mai. 2015, doi: 10.1080/00220272.2015.1018328.
- [14] D. C. Montgomery e C. M. Borrór, «Systems for modern quality and business improvement», *Quality Technology & Quantitative Management*, vol. 14, n. 4, pp. 343–352, Out. 2017, doi: 10.1080/16843703.2017.1304032.
- [15] M. Shafiq, F. Lasrado, e K. Hafeez, «The effect of TQM on organisational performance: empirical evidence from the textile sector of a developing country using SEM», *Total Quality Management & Business Excellence*, vol. 30, n. 1–2, pp. 31–52, Jan. 2019, doi: 10.1080/14783363.2017.1283211.
- [16] D. R. Kiran, «Chapter 3 - Quality Gurus», em *Total Quality Management*, D. R. Kiran, Ed. Butterworth-Heinemann, 2017, pp. 21–37.

- [17] A. Chiarini, «Japanese total quality control, TQM, Deming's system of profound knowledge, BPR, Lean and Six Sigma: Comparison and discussion», *International Journal of Lean Six Sigma*, vol. 2, n. 4, pp. 332–355, Jan. 2011, doi: 10.1108/204014611111189425.
- [18] P. J. Kolesar, «Juran's Lectures to Japanese Executives in 1954: A Perspective and Some Contemporary Lessons», *Quality Management Journal*, vol. 15, n. 3, pp. 7–16, Jan. 2008, doi: 10.1080/10686967.2008.11918191.
- [19] D. R. Kiran, «Chapter 1 - Total Quality Management: An Overview», em *Total Quality Management*, D. R. Kiran, Ed. Butterworth-Heinemann, 2017, pp. 1–14.
- [20] R. Sebastianelli e N. Tamimi, «How product quality dimensions relate to defining quality», *International Journal of Quality & Reliability Management*, vol. 19, n. 4, pp. 442–453, Jan. 2002, doi: 10.1108/02656710210421599.
- [21] A. S. Silva, C. F. Medeiros, e R. K. Vieira, «Cleaner Production and PDCA cycle: Practical application for reducing the Cans Loss Index in a beverage company», *Journal of Cleaner Production*, vol. 150, pp. 324–338, Mai. 2017, doi: 10.1016/j.jclepro.2017.03.033.
- [22] A. Chojnacka-Komorowska e S. Kochaniec, «Improving the Quality Control Process Using the Pdca Cycle», *Research Papers of the Wroclaw University of Economics / Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wroclawiu*, n. 547, pp. 69–80, Jan. 2019.
- [23] Technique Polytechnic Institute e A. Chakraborty, «Importance of PDCA cycle for SMEs», *IJME*, vol. 3, n. 5, pp. 30–34, Mai. 2016, doi: 10.14445/23488360/IJME-V3I5P105.
- [24] R. Kant e D. Jaiswal, «The impact of perceived service quality dimensions on customer satisfaction: An empirical study on public sector banks in India», *International Journal of Bank Marketing*, vol. 35, n. 3, pp. 411–430, Jan. 2017, doi: 10.1108/IJBM-04-2016-0051.
- [25] L. G. Lim, K. R. Tuli, e R. Grewal, «Customer Satisfaction and its Impact on the Future Costs of Selling», Social Science Research Network, Rochester, NY, SSRN Scholarly Paper ID 3331251, Out. 2019. Acedido: Fev. 03, 2020. [Em linha]. Disponível em: <https://papers.ssrn.com/abstract=3331251>.
- [26] R. A. Ganiyu, «Customer Satisfaction And Loyalty: A Study Of Interrelationships And Effects In Nigerian Domestic Airline Industry», *Oradea Journal of Business and Economics*, vol. 2, n. 1, pp. 7–20, 2017.
- [27] L. A. Kasiri, K. T. Guan Cheng, M. Sambasivan, e S. Md. Sidin, «Integration of standardization and customization: Impact on service quality, customer satisfaction, and loyalty», *Journal of Retailing and Consumer Services*, vol. 35, pp. 91–97, Mar. 2017, doi: 10.1016/j.jretconser.2016.11.007.
- [28] X. Xu e Y. Li, «The antecedents of customer satisfaction and dissatisfaction toward various types of hotels: A text mining approach», *International Journal of Hospitality Management*, vol. 55, pp. 57–69, Mai. 2016, doi: 10.1016/j.ijhm.2016.03.003.
- [29] B. Kim, S. (Sam) Kim, e C. Y. Heo, «Consequences of Customer Dissatisfaction in Upscale and Budget Hotels: Focusing on Dissatisfied Customers' Attitude Toward a Hotel», *International Journal of Hospitality & Tourism Administration*, vol. 20, n. 1, pp. 15–46, Jan. 2019, doi: 10.1080/15256480.2017.1359728.
- [30] F.-J. Cossío-Silva, M.-Á. Revilla-Camacho, M. Vega-Vázquez, e B. Palacios-Florencio, «Value co-creation and customer loyalty», *Journal of Business Research*, vol. 69, n. 5, pp. 1621–1625, Mai. 2016, doi: 10.1016/j.jbusres.2015.10.028.

- [31] A. Chiarini, «Effect of ISO 9001 non-conformity process on cost of poor quality in capital-intensive sectors», *International Journal of Quality & Reliability Management*, vol. 32, n. 2, pp. 144–155, Jan. 2015, doi: 10.1108/IJQRM-03-2013-0041.
- [32] L. F. Donnelly, G. M. Lee, e P. J. Sharek, «Costs of Quality and Safety in Radiology», *RadioGraphics*, vol. 38, n. 6, pp. 1682–1687, Out. 2018, doi: 10.1148/rg.2018180020.
- [33] C.-C. Yang, «Improving the definition and quantification of quality costs», *Total Quality Management & Business Excellence*, vol. 19, n. 3, pp. 175–191, Mar. 2008, doi: 10.1080/14783360701600563.
- [34] Sellés Manuel E., Rubio Jose A., e Mullor Javier Reig, «Development of a Quantification Proposal for Hidden Quality Costs: Applied to the Construction Sector», *Journal of Construction Engineering and Management*, vol. 134, n. 10, pp. 749–757, Out. 2008, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9364(2008)134:10(749).
- [35] S. Cheah, A. Shah, Shahbudin, Fauziah, e Taib, «Tracking hidden quality costs in a manufacturing company: an action research», *International Journal of Quality & Reliability Management*, vol. 28, n. 4, pp. 405–425, Jan. 2011, doi: 10.1108/026567111111121816.
- [36] «Mistake Proofing», *Six-Sigma-Material.com*. <https://www.six-sigma-material.com/Mistake-Proofing.html> (accedido Mar. 25, 2020).
- [37] M. Vinod, S. R. Devadasan, D. T. Sunil, e V. M. M. Thilak, «Six Sigma through Poka-Yoke: a navigation through literature arena», *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 81, n. 1, pp. 315–327, Out. 2015, doi: 10.1007/s00170-015-7217-9.
- [38] D. C. Montgomery, *Introduction to statistical quality control*, 6. ed. Hoboken, N.J: Wiley, 2009.
- [39] T. G. Gutowski, J. B. Dahmus, e A. Thiriez, «Electrical Energy Requirements for Manufacturing Processes», 2006.
- [40] R. Davis, «What makes a good process?», p. 8, 2009.
- [41] R. Hoerl e R. D. Snee, *Statistical Thinking: Improving Business Performance*. John Wiley & Sons, 2012.
- [42] R. Godina, J. C. O. Matias, e S. G. Azevedo, «Quality Improvement With Statistical Process Control in the Automotive Industry», 2016.
- [43] S. A. H. Lim, J. Antony, N. Arshed, e S. Albliwi, «A systematic review of statistical process control implementation in the food manufacturing industry», *Total Quality Management & Business Excellence*, vol. 28, n. 1–2, pp. 176–189, Jan. 2017, doi: 10.1080/14783363.2015.1050181.
- [44] S. A. H. Lim e J. Antony, «Statistical process control readiness in the food industry: Development of a self-assessment tool», *Trends in Food Science & Technology*, vol. 58, pp. 133–139, Dez. 2016, doi: 10.1016/j.tifs.2016.10.025.
- [45] B. Jaffray, «Am I out of control? The application of statistical process control charts to children's surgery», *Journal of Pediatric Surgery*, Fev. 2020, doi: 10.1016/j.jpedsurg.2019.12.027.
- [46] D. S. Keller, T. Reif de Paula, G. Yu, H. Zhang, A. Al-Mazrou, e R. P. Kiran, «Statistical Process Control (SPC) to drive improvement in length of stay after colorectal surgery», *Am. J. Surg.*, Set. 2019, doi: 10.1016/j.amjsurg.2019.08.029.
- [47] A. R. Tôrres, A. D. P. de Oliveira, S. Grangeiro, e W. D. Fragoso, «Multivariate statistical process control in annual pharmaceutical product review», *Journal of Process Control*, vol. 69, pp. 97–102, Set. 2018, doi: 10.1016/j.jprocont.2018.06.001.
- [48] S. Cervantes, L. Cuautle, I. Avila, A. L. Ruiz, e I. Valderrabano, «Application of Statistical Process Control to Guarantee the Safety in the Operation of a

- Sterilization Chamber with Ethylene Oxide Gas», em *Advances in Safety Management and Human Factors*, Cham, 2019, pp. 532–541, doi: 10.1007/978-3-319-94589-7_52.
- [49] M. Ilbeigi, «Statistical process control for analyzing resilience of transportation networks», *International Journal of Disaster Risk Reduction*, vol. 33, pp. 155–161, Fev. 2019, doi: 10.1016/j.ijdr.2018.10.002.
- [50] G. Ospino Barraza, D. Neira Rodado, L. A. Borrero López, J. Velásquez Rodríguez, e G. Royert, «Economic Losses Reduction Through the Implementation of Statistical Process Control: Case Study in the Process of Medical Accounts in a Technology Company», em *Computer Information Systems and Industrial Management*, Cham, 2019, pp. 278–290, doi: 10.1007/978-3-030-28957-7_23.
- [51] M.-A. E. Houssaini, A. Aaroud, A. E. Hore, e J. Ben-Othman, «Detection of Jamming Attacks in Mobile Ad Hoc Networks Using Statistical Process Control», *Procedia Computer Science*, vol. 83, pp. 26–33, Jan. 2016, doi: 10.1016/j.procs.2016.04.095.
- [52] P. Qiu, «Big Data? Statistical Process Control Can Help!», *The American Statistician*, vol. 0, n. 0, pp. 1–16, Dez. 2019, doi: 10.1080/00031305.2019.1700163.
- [53] F. Ahmadzadeh, «Change point detection with multivariate control charts by artificial neural network», *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 97, n. 9, pp. 3179–3190, Ago. 2018, doi: 10.1007/s00170-009-2193-6.
- [54] K. Holmqvist, M. Nyström, e F. Mulvey, «Eye tracker data quality: what it is and how to measure it», em *Proceedings of the Symposium on Eye Tracking Research and Applications*, Santa Barbara, California, Mar. 2012, pp. 45–52, doi: 10.1145/2168556.2168563.
- [55] R. Godina e J. C. O. Matias, «Improvement of the statistical process control through an enhanced test of normality», em *2018 7th International Conference on Industrial Technology and Management (ICITM)*, Mar. 2018, pp. 17–21, doi: 10.1109/ICITM.2018.8333912.
- [56] International Organization for Standardization, *ISO 7870-1:2019 Control charts — Part 1: General guidelines*. 2019.
- [57] S. A. Abbasi e A. Miller, «On Proper Choice of Variability Control Chart for Normal and Non-normal Processes: PCVCC - SADDAM AND ARDEN», *Qual. Reliab. Engng. Int.*, vol. 28, n. 3, pp. 279–296, Abr. 2012, doi: 10.1002/qre.1244.
- [58] S. Amin, «Control Charts 101: A Guide to Health Care Applications», *Quality Management in Health Care*, vol. 9, n. 3, pp. 1–27, 2001.
- [59] S. A. Abbasi e A. Miller, «On Proper Choice of Variability Control Chart for Normal and Non-normal Processes», *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 28, n. 3, pp. 279–296, 2012, doi: 10.1002/qre.1244.
- [60] International Organization for Standardization, «ISO 7870-2:2013 Control charts — Part 2: Shewhart control charts», 2013.
- [61] D. J. Wheeler, «Are You Sure We Don't Need Normally Distributed Data?», p. 9, 2010.
- [62] A. K. McCracken e S. Chakraborti, «Control Charts for Joint Monitoring of Mean and Variance: An Overview», *Quality Technology & Quantitative Management*, vol. 10, n. 1, pp. 17–36, Jan. 2013, doi: 10.1080/16843703.2013.11673306.
- [63] P. Qiu, *Introduction to Statistical Process Control*. Chapman and Hall/CRC, 2013.

- [64] B. W. Yap e C. H. Sim, «Comparisons of various types of normality tests», *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 81, n. 12, pp. 2141–2155, Dez. 2011, doi: 10.1080/00949655.2010.520163.
- [65] F. Ahmad e R. A. Khan, «A power comparison of various normality tests», *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, vol. 11, n. 3, pp. 331–345, Set. 2015, doi: 10.18187/pjsor.v11i3.845.
- [66] A. Ghasemi e S. Zahediasl, «Normality Tests for Statistical Analysis: A Guide for Non-Statisticians», *Int J Endocrinol Metab*, vol. 10, n. 2, pp. 486–489, 2012, doi: 10.5812/ijem.3505.
- [67] H. W. Lilliefors, «On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown», *Journal of the American Statistical Association*, vol. 62, n. 318, pp. 399–402, Jun. 1967, doi: 10.1080/01621459.1967.10482916.
- [68] R. B. D'Agostino e M. A. Stephens, «Goodness-of-fit techniques», *Statistics: Textbooks and Monographs*, New York: Dekker, 1986, edited by D'Agostino, Ralph B.; Stephens, Michael A., 1986, Acedido: Jan. 08, 2020. [Em linha]. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1986gft..book.....D>.
- [69] A. Jo, G. K. Bm, e F. George, «Performances of Several Univariate Tests of Normality: An Empirical Study», 2016, doi: 10.4172/2155-6180.1000322.

Anexo A

Tabela A1- Fatores críticos para o cálculo dos limites de controle

Observations in sub-groups of size n	Factors for control limits											Factors for centre line	
	\bar{x} Chart			s Chart				R Chart *				Using s^*	Using R^*
	A	A ₂	A ₃	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	C ₄	d ₂
2	2,121	1,880	2,659	-	3,267	-	2,606	-	3,686	-	3,267	0,7979	1,128
3	1,732	1,023	1,954	-	2,568	-	2,276	-	4,358	-	2,575	0,8862	1,693
4	1,500	0,729	1,628	-	2,266	-	2,088	-	4,698	-	2,282	0,9213	2,059
5	1,342	0,577	1,427	-	2,089	-	1,964	-	4,918	-	2,114	0,9400	2,326
6	1,225	0,483	1,287	0,030	1,970	0,029	1,874	-	5,079	-	2,004	0,9515	2,534
7	1,134	0,419	1,182	0,118	1,882	0,113	1,806	0,205	5,204	0,076	1,924	0,9594	2,704
8	1,061	0,373	1,099	0,185	1,815	0,179	1,751	0,388	5,307	0,136	1,864	0,9650	2,847
9	1,000	0,337	1,032	0,239	1,761	0,232	1,707	0,547	5,394	0,184	1,816	0,9693	2,970
10	0,949	0,308	0,975	0,284	1,716	0,276	1,669	0,686	5,469	0,223	1,777	0,9727	3,078
11	0,905	0,285	0,927	0,321	1,679	0,313	1,637	0,811	5,535	0,256	1,744	0,9754	3,173
12	0,866	0,266	0,886	0,354	1,646	0,346	1,610	0,923	5,594	0,283	1,717	0,9776	3,258
13	0,832	0,249	0,850	0,382	1,618	0,374	1,585	1,025	5,647	0,307	1,693	0,9794	3,336
14	0,802	0,235	0,817	0,406	1,594	0,399	1,563	1,118	5,696	0,328	1,672	0,9810	3,407
15	0,775	0,223	0,789	0,428	1,572	0,421	1,544	1,203	5,740	0,347	1,653	0,9823	3,472
16	0,750	0,212	0,763	0,448	1,552	0,440	1,526	1,282	5,782	0,363	1,637	0,9835	3,532
17	0,728	0,203	0,739	0,466	1,534	0,458	1,511	1,356	5,820	0,378	1,622	0,9845	3,588
18	0,707	0,194	0,718	0,482	1,518	0,475	1,496	1,424	5,856	0,391	1,609	0,9854	3,640
19	0,688	0,187	0,698	0,497	1,503	0,490	1,483	1,489	5,889	0,404	1,596	0,9862	3,689
20	0,671	0,180	0,680	0,510	1,490	0,504	1,470	1,549	5,921	0,415	1,585	0,9869	3,735
21	0,655	0,173	0,663	0,523	1,477	0,516	1,459	1,606	5,951	0,425	1,575	0,9876	3,778
22	0,640	0,167	0,647	0,534	1,466	0,528	1,448	1,660	5,979	0,435	1,567	0,9882	3,819
23	0,626	0,162	0,633	0,545	1,455	0,539	1,438	1,711	6,006	0,443	1,557	0,9887	3,858
24	0,612	0,157	0,619	0,555	1,445	0,549	1,429	1,759	6,032	0,452	1,548	0,9892	3,895
25	0,600	0,153	0,606	0,565	1,435	0,559	1,420	1,805	6,056	0,459	1,541	0,9896	3,931

* Not recommended for sample size $n > 10$.

Anexo B

Tabela B1- Valores críticos de D (Kolmogorov-Smirnov)

α						α					
n	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	n	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,9000	0,9500	0,9750	0,9900	0,9950	21	0,2262	0,2586	0,2872	0,3210	0,3443
2	0,6838	0,7764	0,8419	0,9000	0,9293	22	0,2212	0,2528	0,2809	0,3139	0,3367
3	0,5648	0,6360	0,7076	0,7846	0,8290	23	0,2165	0,2475	0,2750	0,3073	0,3295
4	0,4927	0,5652	0,6239	0,6889	0,7342	24	0,2121	0,2424	0,2693	0,3010	0,3229
5	0,4470	0,5095	0,5633	0,6272	0,6685	25	0,2079	0,2377	0,2640	0,2952	0,3166
6	0,4104	0,4680	0,5193	0,5774	0,6166	26	0,2040	0,2332	0,2591	0,2896	0,3106
7	0,3815	0,4361	0,4834	0,5384	0,5758	27	0,2003	0,2290	0,2544	0,2844	0,3050
8	0,3583	0,4096	0,4543	0,5065	0,5418	28	0,1968	0,2250	0,2499	0,2794	0,2997
9	0,3391	0,3875	0,4300	0,4796	0,5133	29	0,1935	0,2212	0,2457	0,2747	0,2947
10	0,3226	0,3687	0,4093	0,4566	0,4889	30	0,1903	0,2176	0,2417	0,2702	0,2899
11	0,3083	0,3524	0,3912	0,4367	0,4677	31	0,1873	0,2141	0,2379	0,2660	0,2853
12	0,2958	0,3382	0,3754	0,4192	0,4491	32	0,1845	0,2109	0,2342	0,2619	0,2801
13	0,2847	0,3255	0,3614	0,4036	0,4325	33	0,1817	0,2077	0,2308	0,2580	0,2768
14	0,2748	0,3142	0,3489	0,3897	0,4176	34	0,1791	0,2047	0,2274	0,2543	0,2728
15	0,2659	0,3040	0,3376	0,3771	0,4042	35	0,1766	0,2019	0,2243	0,2507	0,2690
16	0,2578	0,2947	0,3273	0,3657	0,3920	36	0,1742	0,1991	0,2212	0,2473	0,2653
17	0,2504	0,2863	0,3180	0,3553	0,3809	37	0,1719	0,1965	0,2183	0,2440	0,2618
18	0,2436	0,2785	0,3094	0,3457	0,3706	38	0,1697	0,1939	0,2154	0,2409	0,2584
19	0,2374	0,2714	0,3014	0,3369	0,3612	39	0,1675	0,1915	0,2127	0,2379	0,2552
20	0,2316	0,2647	0,2941	0,3287	0,3524	40	0,1655	0,1891	0,2101	0,2349	0,2521

Para $n > 40$ os valores críticos de D são determinados aproximadamente por

α				
0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
$1,07/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,36/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$

Tabela B2- Distribuição Normal Reduzida

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
2,8	0,00256	0,00248	0,00240	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193
2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139
3,0	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00104	0,00100
3,1	0,00097	0,00094	0,00090	0,00087	0,00084	0,00082	0,00079	0,00076	0,00074	0,00071
3,2	0,00069	0,00066	0,00064	0,00062	0,00060	0,00058	0,00056	0,00054	0,00052	0,00050
3,3	0,00048	0,00047	0,00045	0,00043	0,00042	0,00040	0,00039	0,00038	0,00036	0,00035
3,4	0,00034	0,00032	0,00031	0,00030	0,00029	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
3,5	0,00023	0,00022	0,00022	0,00021	0,00020	0,00019	0,00019	0,00018	0,00017	0,00017
3,6	0,00016	0,00015	0,00015	0,00014	0,00014	0,00013	0,00013	0,00012	0,00012	0,00011
3,7	0,00011	0,00010	0,00010	0,00010	0,00009	0,00009	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008
3,8	0,00007	0,00007	0,00007	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00005	0,00005	0,00005
3,9	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003	0,00003
4,0	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002
4,1	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00001	0,00001

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Tabela B3- Distribuição estatística D (Lilliefors)

<i>N</i>	<i>α</i>				
	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
4	0,300	0,319	0,352	0,381	0,417
5	0,285	0,299	0,315	0,337	0,405
6	0,265	0,277	0,294	0,319	0,364
7	0,247	0,258	0,276	0,300	0,348
8	0,233	0,244	0,261	0,285	0,331
9	0,223	0,233	0,249	0,271	0,311
10	0,215	0,224	0,239	0,258	0,294
11	0,206	0,217	0,230	0,249	0,284
12	0,199	0,212	0,223	0,242	0,275
13	0,190	0,202	0,214	0,234	0,268
14	0,183	0,194	0,207	0,227	0,261
15	0,177	0,187	0,201	0,220	0,257
16	0,173	0,182	0,195	0,213	0,250
17	0,169	0,177	0,189	0,206	0,245
18	0,166	0,173	0,184	0,200	0,239
19	0,163	0,169	0,179	0,195	0,235
20	0,160	0,166	0,174	0,190	0,231
25	0,149	0,153	0,165	0,180	0,203
30	0,131	0,136	0,144	0,161	0,187
> 30	$\frac{0,736}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,768}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,805}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,886}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,031}{\sqrt{n}}$

Tabela B4- Valores críticos CVM

	α				
M	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
2	0.138	0.149	0.162	0.175	0.186
3	0.121	0.135	0.154	0.184	0.23
4	0.121	0.134	0.155	0.191	0.28
5	0.121	0.137	0.160	0.199	0.30
6	0.123	0.139	0.162	0.204	0.31
7	0.124	0.140	0.165	0.208	0.32
8	0.124	0.141	0.165	0.210	0.32
9	0.125	0.142	0.167	0.212	0.32
10	0.125	0.142	0.167	0.212	0.32
11	0.126	0.143	0.169	0.214	0.32
12	0.126	0.144	0.169	0.214	0.32
13	0.126	0.144	0.169	0.214	0.33
14	0.126	0.144	0.169	0.214	0.33
15	0.126	0.144	0.169	0.215	0.33
16	0.127	0.145	0.171	0.216	0.33
17	0.127	0.145	0.171	0.217	0.33
18	0.127	0.146	0.171	0.217	0.33
19	0.127	0.146	0.171	0.217	0.33
20	0.128	0.146	0.172	0.217	0.33
30	0.128	0.146	0.172	0.218	0.33
60	0.128	0.147	0.173	0.220	0.33
100	0.129	0.147	0.173	0.220	0.34

Tabela B5- Fatores para o cálculo de AD

α	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,20
a	1,1578	1,0348	0,8728	0,7514	0,6305	0,5091
b	1,063	1,013	0,881	0,795	0,750	0,756
d	1,34	0,93	0,94	0,89	0,80	0,39

Tabela B6- Fatores para o cálculo da estatística W para valores de n entre 39 e 50

n =	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
a1	0.3989	0.3964	0.3940	0.3917	0.3894	0.3872	0.3850	0.3830	0.3808	0.3789	0.3770	0.3751
a2	0.2755	0.2737	0.2719	0.2701	0.2684	0.2667	0.2651	0.2635	0.2620	0.2604	0.2589	0.2574
a3	0.2380	0.2368	0.2357	0.2345	0.2334	0.2323	0.2313	0.2302	0.2291	0.2281	0.2271	0.2260
a4	0.2104	0.2098	0.2091	0.2085	0.2078	0.2072	0.2065	0.2058	0.2052	0.2045	0.2038	0.2032
a5	0.1880	0.1878	0.1876	0.1874	0.1871	0.1868	0.1865	0.1862	0.1859	0.1855	0.1851	0.1847
a6	0.1689	0.1691	0.1693	0.1694	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1693	0.1692	0.1691
a7	0.1520	0.1526	0.1531	0.1535	0.1539	0.1542	0.1545	0.1548	0.1550	0.1551	0.1553	0.1554
a8	0.1366	0.1376	0.1384	0.1392	0.1398	0.1405	0.1410	0.1415	0.1420	0.1423	0.1427	0.1430
a9	0.1225	0.1237	0.1249	0.1259	0.1269	0.1278	0.1286	0.1293	0.1300	0.1306	0.1312	0.1317
a10	0.1092	0.1108	0.1123	0.1136	0.1149	0.1160	0.1170	0.1180	0.1189	0.1197	0.1205	0.1212
a11	0.0967	0.0986	0.1004	0.1020	0.1035	0.1049	0.1062	0.1073	0.1085	0.1095	0.1105	0.1113
a12	0.0848	0.0870	0.0891	0.0909	0.0927	0.0943	0.0959	0.0972	0.0986	0.0998	0.1010	0.1020
a13	0.0733	0.0759	0.0782	0.0804	0.0824	0.0842	0.0860	0.0876	0.0892	0.0906	0.9190	0.0932
a14	0.0622	0.0651	0.0677	0.0701	0.0724	0.0745	0.0765	0.0783	0.0801	0.0817	0.0832	0.0846
a15	0.0515	0.0546	0.0575	0.0602	0.0628	0.0651	0.0673	0.0694	0.0713	0.0731	0.0748	0.0764
a16	0.0409	0.0444	0.0476	0.0506	0.0534	0.0560	0.0584	0.0607	0.0628	0.0648	0.0667	0.0685
a17	0.0305	0.0343	0.0379	0.0411	0.0442	0.0471	0.0497	0.0522	0.0546	0.0568	0.0588	0.0608
a18	0.0203	0.0244	0.0283	0.0318	0.0352	0.0383	0.0412	0.0439	0.0465	0.0489	0.0511	0.0532
a19	0.0101	0.0146	0.0188	0.0227	0.0263	0.0296	0.0328	0.0357	0.0385	0.0411	0.0436	0.0459
a20	0.0000	0.0049	0.0094	0.0136	0.0175	0.0211	0.0245	0.0277	0.0307	0.0335	0.0361	0.0386
a21			0.0000	0.0045	0.0087	0.0126	0.0163	0.0197	0.0229	0.0259	0.0288	0.0314
a22					0.0000	0.0042	0.0081	0.0118	0.0153	0.0185	0.0215	0.0244
a23							0.0000	0.0039	0.0076	0.0111	0.0143	0.0174
a24									0.0000	0.0037	0.0071	0.0104
a25											0.0000	0.0035

Tabela B7- Valores de p-value para Shapiro-Wilk

n	W0.01	W0.02	W0.05	W0.10	W0.50
3	0.753	0.756	0.767	0.789	0.959
4	0.687	0.707	0.748	0.792	0.935
5	0.686	0.715	0.762	0.806	0.927
6	0.713	0.743	0.788	0.826	0.927
7	0.730	0.760	0.803	0.838	0.928
8	0.749	0.778	0.818	0.851	0.932
9	0.764	0.791	0.829	0.859	0.935
10	0.781	0.806	0.842	0.869	0.938
11	0.792	0.817	0.850	0.876	0.940
12	0.805	0.828	0.859	0.883	0.943
13	0.814	0.837	0.866	0.889	0.945
14	0.825	0.846	0.874	0.895	0.947
15	0.835	0.855	0.881	0.901	0.950
16	0.844	0.863	0.887	0.906	0.952
17	0.851	0.869	0.892	0.910	0.954
18	0.858	0.874	0.897	0.914	0.956
19	0.863	0.879	0.901	0.917	0.957
20	0.868	0.884	0.905	0.920	0.959
21	0.873	0.888	0.908	0.923	0.960
22	0.878	0.892	0.911	0.926	0.961
23	0.881	0.895	0.914	0.928	0.962
24	0.884	0.898	0.916	0.930	0.963
25	0.886	0.901	0.918	0.931	0.964
26	0.891	0.904	0.920	0.933	0.965
27	0.894	0.906	0.923	0.935	0.965
28	0.896	0.908	0.924	0.936	0.966
29	0.898	0.910	0.926	0.937	0.966
30	0.900	0.912	0.927	0.939	0.967
31	0.902	0.914	0.929	0.940	0.967
32	0.904	0.915	0.930	0.941	0.968
33	0.906	0.917	0.931	0.942	0.968
34	0.908	0.919	0.933	0.943	0.969
35	0.910	0.920	0.934	0.944	0.969
36	0.912	0.922	0.935	0.945	0.970
37	0.914	0.924	0.936	0.946	0.970
38	0.916	0.925	0.938	0.947	0.971
39	0.917	0.927	0.939	0.948	0.971
40	0.919	0.928	0.940	0.949	0.972
41	0.920	0.929	0.941	0.950	0.972
42	0.922	0.930	0.942	0.951	0.972
43	0.923	0.932	0.943	0.951	0.973
44	0.924	0.933	0.944	0.952	0.973
45	0.926	0.934	0.945	0.953	0.973
46	0.927	0.935	0.945	0.953	0.974
47	0.928	0.936	0.946	0.954	0.974
48	0.929	0.937	0.947	0.954	0.974
49	0.929	0.937	0.947	0.955	0.974
50	0.930	0.938	0.947	0.955	0.974

Anexo C

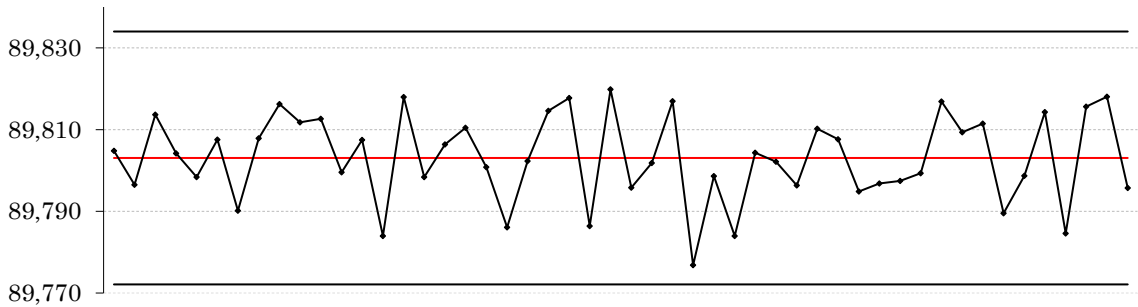


Figura C1- Carta de Controle para a Média (Caso II)

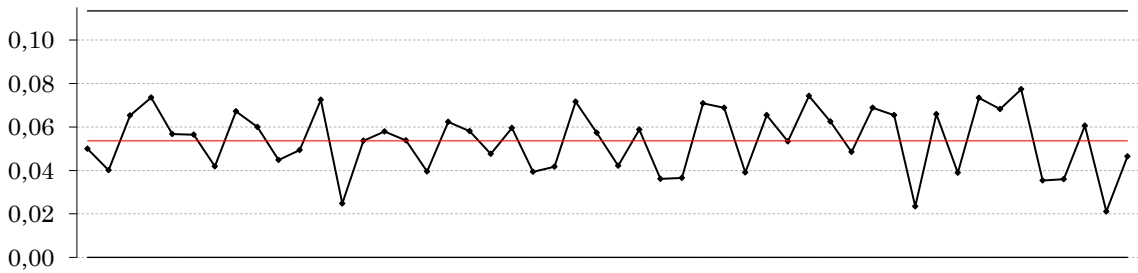


Figura C2- Carta de Controle para a Amplitude (Caso II)

Tabela C1- Limites das Cartas de Controle, Capacidade do Processo e ARL (Caso II)

Carta \bar{X}	
LIC	89,772
LSC	89,834
LC	89,803
Carta R	
LIC	0
LSC	0,113
LC	0,054
C_{pk}	1,401
$ARL_{em\ controle}$	370

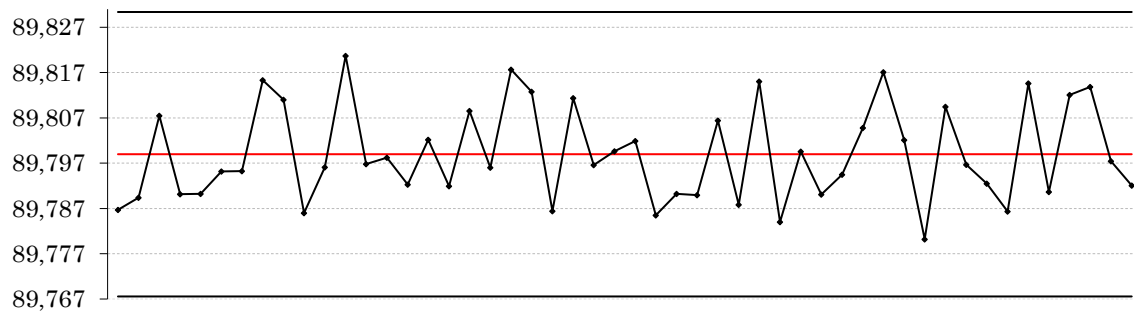


Figura C3- Carta de Controle para a Média (Caso III)

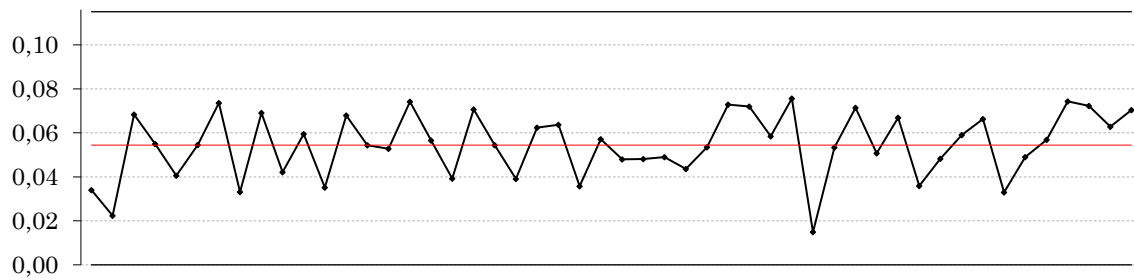


Figura C4- Carta de Controle para a Amplitude (Caso III)

Carta \bar{X}

LIC	89,768
LSC	89,830
LC	89,799

Carta R

LIC	0
LSC	0,115
LC	0,054
C_{pk}	1,409
$ARL_{em\ control}$	370

Tabela C2- Limites das Cartas de Controle, Capacidade do Processo e ARL (Caso III)

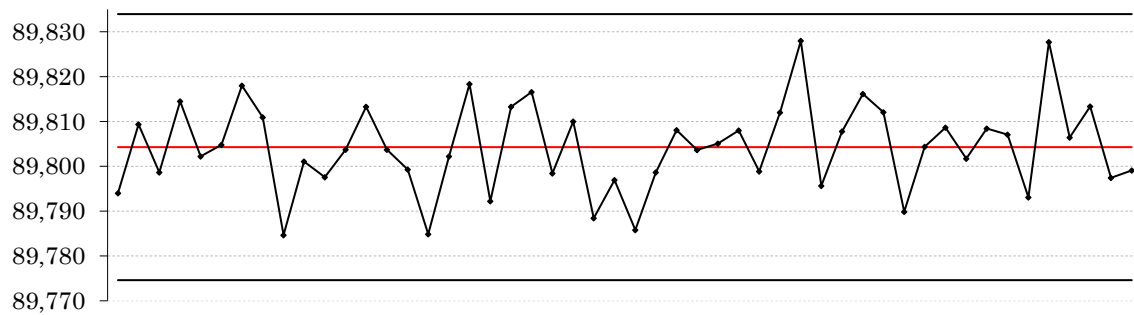


Figura C5- Carta de Controle para a Média (Caso IV)

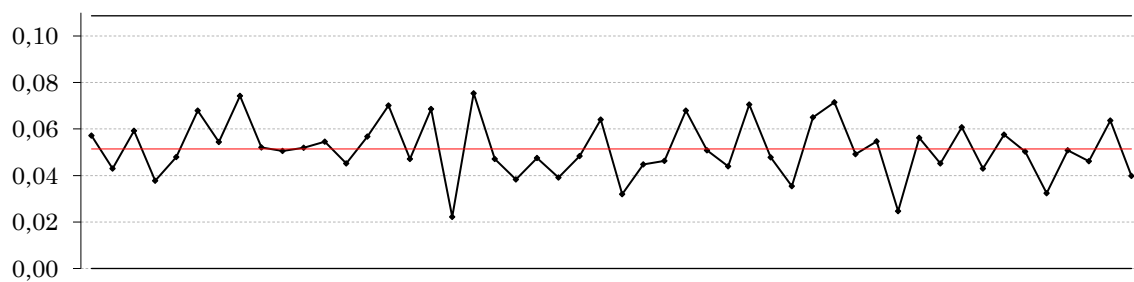


Figura C6- Carta de Controle para a Amplitude (Caso IV)

Tabela C3- Limites das Cartas de Controle, Capacidade do Processo e ARL (Caso IV)

Carta \bar{X}

LIC	89,775
LSC	89,834
LC	89,804

Carta R

LIC	0
LSC	0,109
LC	0,051
C_{pk}	1,44
$ARL_{em\ controle}$	370

Anexo D

Tabela D1- Teste de Lilliefors Caso I

X	i	Sn	Z-Score	F(x)	Diferença
89,778	1	0,02	-1,922	0,027	0,007
89,779	2	0,04	-1,864	0,031	0,009
89,781	3	0,06	-1,641	0,050	0,010
89,781	4	0,08	-1,636	0,051	0,029
89,782	5	0,1	-1,580	0,057	0,043
89,784	6	0,12	-1,332	0,091	0,029
89,786	7	0,14	-1,196	0,116	0,024
89,786	8	0,16	-1,183	0,118	0,042
89,787	9	0,18	-1,106	0,134	0,046
89,787	10	0,2	-1,064	0,144	0,056
89,787	11	0,22	-1,014	0,155	0,065
89,789	12	0,24	-0,860	0,195	0,045
89,790	13	0,26	-0,775	0,219	0,041
89,790	14	0,28	-0,761	0,223	0,057
89,792	15	0,3	-0,582	0,280	0,020
89,793	16	0,32	-0,494	0,311	0,009
89,794	17	0,34	-0,368	0,356	0,016
89,794	18	0,36	-0,332	0,370	0,010
89,795	19	0,38	-0,291	0,386	0,006
89,795	20	0,4	-0,229	0,409	0,009
89,795	21	0,42	-0,200	0,421	0,001
89,796	22	0,44	-0,180	0,429	0,011
89,798	23	0,46	0,025	0,510	0,050
89,798	24	0,48	0,026	0,511	0,031
89,798	25	0,5	0,071	0,528	0,028
89,799	26	0,52	0,112	0,545	0,025
89,799	27	0,54	0,165	0,566	0,026
89,799	28	0,56	0,180	0,572	0,012
89,799	29	0,58	0,202	0,580	0,000
89,800	30	0,6	0,229	0,591	0,009
89,801	31	0,62	0,310	0,622	0,002
89,801	32	0,64	0,330	0,629	0,011
89,801	33	0,66	0,360	0,640	0,020
89,803	34	0,68	0,519	0,698	0,018
89,805	35	0,7	0,718	0,764	0,064
89,805	36	0,72	0,739	0,770	0,050
89,805	37	0,74	0,777	0,781	0,041
89,806	38	0,76	0,838	0,799	0,039
89,806	39	0,78	0,863	0,806	0,026
89,806	40	0,8	0,912	0,819	0,019
89,807	41	0,82	0,959	0,831	0,011
89,807	42	0,84	0,968	0,833	0,007
89,808	43	0,86	1,040	0,851	0,009
89,809	44	0,88	1,202	0,885	0,005
89,811	45	0,9	1,324	0,907	0,007
89,811	46	0,92	1,331	0,908	0,012
89,811	47	0,94	1,374	0,915	0,025
89,812	48	0,96	1,488	0,932	0,028
89,815	49	0,98	1,723	0,958	0,022
89,815	50	1	1,823	0,966	0,034

D calculado | 0,065

Tabela D2- Teste de Anderson-Darling Caso I

X	i	F(x)	1- F(x)	1- F (Xn-i+1)	S	Z
89,778	1	0,027	0,973	0,034	-6,978	-2,200
89,779	2	0,031	0,969	0,042	-19,888	-1,829
89,781	3	0,050	0,950	0,068	-28,350	-1,611
89,781	4	0,051	0,949	0,085	-38,122	-1,451
89,782	5	0,057	0,943	0,092	-47,290	-1,321
89,784	6	0,091	0,909	0,093	-52,464	-1,210
89,786	7	0,116	0,884	0,115	-56,174	-1,113
89,786	8	0,118	0,882	0,149	-60,532	-1,025
89,787	9	0,134	0,866	0,167	-64,586	-0,944
89,787	10	0,144	0,856	0,169	-70,663	-0,869
89,787	11	0,155	0,845	0,181	-75,021	-0,798
89,789	12	0,195	0,805	0,194	-75,344	-0,732
89,790	13	0,219	0,781	0,201	-78,040	-0,668
89,790	14	0,223	0,777	0,219	-81,516	-0,607
89,792	15	0,280	0,720	0,230	-79,533	-0,549
89,793	16	0,311	0,689	0,236	-80,965	-0,492
89,794	17	0,356	0,644	0,302	-73,563	-0,436
89,794	18	0,370	0,630	0,360	-70,599	-0,382
89,795	19	0,386	0,614	0,371	-71,975	-0,329
89,795	20	0,409	0,591	0,378	-72,751	-0,277
89,795	21	0,421	0,579	0,409	-72,115	-0,226
89,796	22	0,429	0,571	0,420	-73,726	-0,175
89,798	23	0,510	0,490	0,428	-68,457	-0,125
89,798	24	0,511	0,489	0,434	-70,788	-0,075
89,798	25	0,528	0,472	0,455	-69,829	-0,025
89,799	26	0,545	0,455	0,472	-69,294	0,025
89,799	27	0,566	0,434	0,489	-68,067	0,075
89,799	28	0,572	0,428	0,490	-69,980	0,125
89,799	29	0,580	0,420	0,571	-62,958	0,175
89,800	30	0,591	0,409	0,579	-63,280	0,226
89,801	31	0,622	0,378	0,591	-61,105	0,277
89,801	32	0,629	0,371	0,614	-59,868	0,329
89,801	33	0,640	0,360	0,630	-58,996	0,382
89,803	34	0,698	0,302	0,644	-53,610	0,436
89,805	35	0,764	0,236	0,689	-44,271	0,492
89,805	36	0,770	0,230	0,720	-41,887	0,549
89,805	37	0,781	0,219	0,777	-36,467	0,607
89,806	38	0,799	0,201	0,781	-35,400	0,668
89,806	39	0,806	0,194	0,805	-33,287	0,732
89,806	40	0,819	0,181	0,845	-29,095	0,798
89,807	41	0,831	0,169	0,856	-27,540	0,869
89,807	42	0,833	0,167	0,866	-27,104	0,944
89,808	43	0,851	0,149	0,882	-24,454	1,025
89,809	44	0,885	0,115	0,884	-21,309	1,113
89,811	45	0,907	0,093	0,909	-17,202	1,210
89,811	46	0,908	0,092	0,943	-14,089	1,321
89,811	47	0,915	0,085	0,949	-13,094	1,451
89,812	48	0,932	0,068	0,950	-11,644	1,611
89,815	49	0,958	0,042	0,969	-7,273	1,829
89,815	50	0,966	0,034	0,973	-6,181	2,200

AD	0,3345
AD*	0,3398

Tabela D3- Teste de Shapiro-Wilk Caso I

X	i	SS	z	mi	ai
89,778	1	0,0004	-2,200	-2,243	-0,351
89,779	2	0,0003	-1,829	-1,847	-0,293
89,781	3	0,0003	-1,611	-1,624	-0,208
89,781	4	0,0003	-1,451	-1,460	-0,187
89,782	5	0,0002	-1,321	-1,328	-0,171
89,784	6	0,0002	-1,210	-1,216	-0,156
89,786	7	0,0001	-1,113	-1,118	-0,143
89,786	8	0,0001	-1,025	-1,029	-0,132
89,787	9	0,0001	-0,944	-0,948	-0,122
89,787	10	0,0001	-0,869	-0,872	-0,112
89,787	11	0,0001	-0,798	-0,801	-0,103
89,789	12	0,0001	-0,732	-0,734	-0,094
89,790	13	0,0001	-0,668	-0,671	-0,086
89,790	14	0,0001	-0,607	-0,609	-0,078
89,792	15	0,0000	-0,549	-0,550	-0,071
89,793	16	0,0000	-0,492	-0,493	-0,063
89,794	17	0,0000	-0,436	-0,438	-0,056
89,794	18	0,0000	-0,382	-0,383	-0,049
89,795	19	0,0000	-0,329	-0,330	-0,042
89,795	20	0,0000	-0,277	-0,278	-0,036
89,795	21	0,0000	-0,226	-0,226	-0,029
89,796	22	0,0000	-0,175	-0,175	-0,023
89,798	23	0,0000	-0,125	-0,125	-0,016
89,798	24	0,0000	-0,075	-0,075	-0,010
89,798	25	0,0000	-0,025	-0,025	-0,003
89,799	26	0,0000	0,025	0,025	0,003
89,799	27	0,0000	0,075	0,075	0,010
89,799	28	0,0000	0,125	0,125	0,016
89,799	29	0,0000	0,175	0,175	0,023
89,800	30	0,0000	0,226	0,226	0,029
89,801	31	0,0000	0,277	0,278	0,036
89,801	32	0,0000	0,329	0,330	0,042
89,801	33	0,0000	0,382	0,383	0,049
89,803	34	0,0000	0,436	0,438	0,056
89,805	35	0,0001	0,492	0,493	0,063
89,805	36	0,0001	0,549	0,550	0,071
89,805	37	0,0001	0,607	0,609	0,078
89,806	38	0,0001	0,668	0,671	0,086
89,806	39	0,0001	0,732	0,734	0,094
89,806	40	0,0001	0,798	0,801	0,103
89,807	41	0,0001	0,869	0,872	0,112
89,807	42	0,0001	0,944	0,948	0,122
89,808	43	0,0001	1,025	1,029	0,132
89,809	44	0,0001	1,113	1,118	0,143
89,811	45	0,0002	1,210	1,216	0,156
89,811	46	0,0002	1,321	1,328	0,171
89,811	47	0,0002	1,451	1,460	0,187
89,812	48	0,0002	1,611	1,624	0,208
89,815	49	0,0003	1,829	1,847	0,293
89,815	50	0,0003	2,200	2,243	0,351

$\frac{u}{0.1414}$	desvio	0,0099
	xbarra	89,7975
	SS tot	0,0048
	m	47,2026
	e	60,6778
(interpolado)	b	0,0679
	W	0,9615
	média	-3,8508
	desvio	0,4689
	z	1,2641
	p- value	0,1031

Tabela D4- Teste de Cramer-von Mises Caso I

X	i	Z-Score	equação	eq ²	T
89,778	1	-1,9217	0,0173	0,0003	0,0020
89,779	2	-1,8643	0,0011	0,0000	0,0020
89,781	3	-1,6409	0,0004	0,0000	0,0020
89,781	4	-1,6361	-0,0191	0,0004	0,0023
89,782	5	-1,5805	-0,0330	0,0011	0,0034
89,784	6	-1,3317	-0,0185	0,0003	0,0038
89,786	7	-1,1957	-0,0141	0,0002	0,0040
89,786	8	-1,1827	-0,0315	0,0010	0,0050
89,787	9	-1,1058	-0,0356	0,0013	0,0062
89,787	10	-1,0636	-0,0462	0,0021	0,0084
89,787	11	-1,0143	-0,0548	0,0030	0,0114
89,789	12	-0,8602	-0,0352	0,0012	0,0126
89,790	13	-0,7746	-0,0307	0,0009	0,0135
89,790	14	-0,7608	-0,0466	0,0022	0,0157
89,792	15	-0,5824	-0,0098	0,0001	0,0158
89,793	16	-0,4938	0,0007	0,0000	0,0158
89,794	17	-0,3681	0,0264	0,0007	0,0165
89,794	18	-0,3318	0,0200	0,0004	0,0169
89,795	19	-0,2907	0,0156	0,0002	0,0172
89,795	20	-0,2293	0,0193	0,0004	0,0175
89,795	21	-0,2001	0,0107	0,0001	0,0176
89,796	22	-0,1795	-0,0012	0,0000	0,0176
89,798	23	0,0245	0,0598	0,0036	0,0212
89,798	24	0,0264	0,0405	0,0016	0,0229
89,798	25	0,0707	0,0382	0,0015	0,0243
89,799	26	0,1122	0,0347	0,0012	0,0255
89,799	27	0,1652	0,0356	0,0013	0,0268
89,799	28	0,1802	0,0215	0,0005	0,0273
89,799	29	0,2021	0,0101	0,0001	0,0274
89,800	30	0,2291	0,0006	0,0000	0,0274
89,801	31	0,3101	0,0117	0,0001	0,0275
89,801	32	0,3300	-0,0007	0,0000	0,0275
89,801	33	0,3597	-0,0095	0,0001	0,0276
89,803	34	0,5188	0,0281	0,0008	0,0284
89,805	35	0,7185	0,0738	0,0054	0,0338
89,805	36	0,7392	0,0601	0,0036	0,0374
89,805	37	0,7768	0,0514	0,0026	0,0401
89,806	38	0,8379	0,0490	0,0024	0,0425
89,806	39	0,8635	0,0361	0,0013	0,0438
89,806	40	0,9117	0,0290	0,0008	0,0446
89,807	41	0,9592	0,0213	0,0005	0,0451
89,807	42	0,9678	0,0034	0,0000	0,0451
89,808	43	1,0398	0,0008	0,0000	0,0451
89,809	44	1,2023	0,0154	0,0002	0,0453
89,811	45	1,3240	0,0172	0,0003	0,0456
89,811	46	1,3306	-0,0017	0,0000	0,0456
89,811	47	1,3739	-0,0147	0,0002	0,0458
89,812	48	1,4879	-0,0184	0,0003	0,0462
89,815	49	1,7233	-0,0124	0,0002	0,0463
89,815	50	1,8233	-0,0241	0,0006	0,0469

Tabela D5- Cálculos para os testes de assimetria e achatamento Caso I

X	i	xi-x barra	dist^2	
89,778	1	-0,0190	0,0004	-2199,5716
89,779	2	-0,0185	0,0003	-2109,8065
89,781	3	-0,0162	0,0003	-2020,0773
89,781	4	-0,0162	0,0003	-1930,2971
89,782	5	-0,0156	0,0002	-1840,5271
89,784	6	-0,0132	0,0002	-1750,7933
89,786	7	-0,0118	0,0001	-1661,0339
89,786	8	-0,0117	0,0001	-1571,2506
89,787	9	-0,0109	0,0001	-1481,4774
89,787	10	-0,0105	0,0001	-1391,6974
89,787	11	-0,0100	0,0001	-1301,9175
89,789	12	-0,0085	0,0001	-1212,1507
89,790	13	-0,0077	0,0001	-1122,3723
89,790	14	-0,0075	0,0001	-1032,5841
89,792	15	-0,0058	0,0000	-942,8127
89,793	16	-0,0049	0,0000	-853,0294
89,794	17	-0,0036	0,0000	-763,2474
89,794	18	-0,0033	0,0000	-673,4563
89,795	19	-0,0029	0,0000	-583,6647
89,795	20	-0,0023	0,0000	-493,8735
89,795	21	-0,0020	0,0000	-404,0796
89,796	22	-0,0018	0,0000	-314,2849
89,798	23	0,0002	0,0000	-224,4942
89,798	24	0,0003	0,0000	-134,6966
89,798	25	0,0007	0,0000	-44,8991
89,799	26	0,0011	0,0000	44,8993
89,799	27	0,0016	0,0000	134,6986
89,799	28	0,0018	0,0000	224,4981
89,799	29	0,0020	0,0000	314,2981
89,800	30	0,0023	0,0000	404,0987
89,801	31	0,0031	0,0000	493,9029
89,801	32	0,0033	0,0000	583,7047
89,801	33	0,0036	0,0000	673,5076
89,803	34	0,0051	0,0000	763,3220
89,805	35	0,0071	0,0001	853,1433
89,805	36	0,0073	0,0001	942,9501
89,805	37	0,0077	0,0001	1032,7591
89,806	38	0,0083	0,0001	1122,5718
89,806	39	0,0085	0,0001	1212,3810
89,806	40	0,0090	0,0001	1302,1939
89,807	41	0,0095	0,0001	1392,0077
89,807	42	0,0096	0,0001	1481,8160
89,808	43	0,0103	0,0001	1571,6355
89,809	44	0,0119	0,0001	1661,4730
89,811	45	0,0131	0,0002	1751,3058
89,811	46	0,0132	0,0002	1841,1177
89,811	47	0,0136	0,0002	1930,9376
89,812	48	0,0147	0,0002	2020,7740
89,815	49	0,0171	0,0003	2110,6409
89,815	50	0,0180	0,0003	2200,4797
		0,0000	0,0048	7,0219

Tabela D6- Teste assimetria, achatamento, D'Agostino Pearson e Jarque-Bera

Teste de assimetria		Teste de achatamento	
Assimetria	-0,1644	Achatamento	-0,8602
s.e.	0,3366	s.e.	0,6619
estatística de teste	-0,4883	estatística de teste	-1,2996
p-value	0,3127	p-value	0,0969
inferior	-0,1433	inferior	-0,8187
superior	-0,1855	superior	-0,9017
D'Agostino-Pearson		Jarque-Bera	
estatística	1,9273	estatística	1,7666
p-value	0,3815	p-value	0,4134
Normal		Normal	

Tabela D7- Teste Lilliefors Caso II

X	i	Sn	Z-Score	F(x)	Diferença
89,777	1	0,02	-2,445	0,007	0,013
89,784	2	0,04	-1,783	0,037	0,003
89,784	3	0,06	-1,782	0,037	0,023
89,785	4	0,08	-1,721	0,043	0,037
89,786	5	0,1	-1,579	0,057	0,043
89,786	6	0,12	-1,552	0,060	0,060
89,790	7	0,14	-1,261	0,104	0,036
89,790	8	0,16	-1,203	0,115	0,045
89,795	9	0,18	-0,767	0,222	0,042
89,796	10	0,2	-0,683	0,247	0,047
89,796	11	0,22	-0,677	0,249	0,029
89,796	12	0,24	-0,625	0,266	0,026
89,796	13	0,26	-0,612	0,270	0,010
89,797	14	0,28	-0,582	0,280	0,000
89,797	15	0,3	-0,526	0,299	0,001
89,798	16	0,32	-0,438	0,331	0,011
89,798	17	0,34	-0,432	0,333	0,007
89,799	18	0,36	-0,417	0,338	0,022
89,799	19	0,38	-0,410	0,341	0,039
89,799	20	0,4	-0,349	0,364	0,036
89,800	21	0,42	-0,324	0,373	0,047
89,801	22	0,44	-0,206	0,418	0,022
89,802	23	0,46	-0,116	0,454	0,006
89,802	24	0,48	-0,086	0,466	0,014
89,802	25	0,5	-0,071	0,472	0,028
89,804	26	0,52	0,106	0,542	0,022
89,804	27	0,54	0,117	0,547	0,007
89,805	28	0,56	0,163	0,565	0,005
89,806	29	0,58	0,309	0,622	0,042
89,807	30	0,6	0,414	0,660	0,060
89,808	31	0,62	0,419	0,662	0,042
89,808	32	0,64	0,427	0,665	0,025
89,808	33	0,66	0,450	0,674	0,014
89,809	34	0,68	0,587	0,722	0,042
89,810	35	0,7	0,671	0,749	0,049
89,810	36	0,72	0,686	0,754	0,034
89,811	37	0,74	0,785	0,784	0,044
89,812	38	0,76	0,810	0,791	0,031
89,813	39	0,78	0,896	0,815	0,035
89,814	40	0,8	0,989	0,839	0,039
89,814	41	0,82	1,043	0,852	0,032
89,815	42	0,84	1,074	0,859	0,019
89,816	43	0,86	1,169	0,879	0,019
89,816	44	0,88	1,232	0,891	0,011
89,817	45	0,9	1,287	0,901	0,001
89,817	46	0,92	1,298	0,903	0,017
89,818	47	0,94	1,369	0,914	0,026
89,818	48	0,96	1,387	0,917	0,043
89,818	49	0,98	1,398	0,919	0,061
89,820	50	1	1,562	0,941	0,059

D calculado | 0,061
D critico | 0,125

Tabela D8- Teste de Anderson-Darling Caso II

X	i	F(x)	1- F(x)	1- F (Xn-i+1)	S	Z
89,7768	1	0,0072	0,9928	0,0591	-7,7565	-2,2004
89,7839	2	0,0373	0,9627	0,0810	-17,4034	-1,8286
89,7839	3	0,0374	0,9626	0,0827	-28,8963	-1,6112
89,7846	4	0,0426	0,9574	0,0856	-39,3041	-1,4508
89,7861	5	0,0572	0,9428	0,0971	-46,7358	-1,3210
89,7864	6	0,0603	0,9397	0,0991	-56,3277	-1,2102
89,7895	7	0,1036	0,8964	0,1090	-58,2851	-1,1126
89,7901	8	0,1145	0,8855	0,1212	-64,1557	-1,0246
89,7948	9	0,2216	0,7784	0,1415	-58,8644	-0,9439
89,7957	10	0,2475	0,7525	0,1485	-62,7740	-0,8689
89,7958	11	0,2492	0,7508	0,1613	-67,4968	-0,7985
89,7963	12	0,2660	0,7340	0,1852	-69,2436	-0,7318
89,7965	13	0,2702	0,7298	0,2091	-71,8395	-0,6683
89,7968	14	0,2804	0,7196	0,2162	-75,6817	-0,6073
89,7974	15	0,2993	0,7007	0,2463	-75,6129	-0,5485
89,7984	16	0,3305	0,6695	0,2513	-77,1383	-0,4916
89,7984	17	0,3327	0,6673	0,2785	-78,5022	-0,4362
89,7986	18	0,3384	0,6616	0,3263	-77,1224	-0,3821
89,7987	19	0,3409	0,6591	0,3347	-80,3186	-0,3291
89,7993	20	0,3636	0,6364	0,3377	-81,7977	-0,2770
89,7996	21	0,3730	0,6270	0,3396	-84,7207	-0,2257
89,8008	22	0,4183	0,5817	0,3785	-79,2533	-0,1750
89,8018	23	0,4537	0,5463	0,4351	-73,0104	-0,1247
89,8021	24	0,4658	0,5342	0,4533	-73,0943	-0,0747
89,8023	25	0,4716	0,5284	0,4578	-75,1117	-0,0249
89,8042	26	0,5422	0,4578	0,5284	-63,7537	0,0249
89,8043	27	0,5467	0,4533	0,5342	-65,2349	0,0747
89,8048	28	0,5649	0,4351	0,5463	-64,6652	0,1247
89,8064	29	0,6215	0,3785	0,5817	-57,9930	0,1750
89,8075	30	0,6604	0,3396	0,6270	-52,0149	0,2257
89,8075	31	0,6623	0,3377	0,6364	-52,6989	0,2770
89,8076	32	0,6653	0,3347	0,6591	-51,9343	0,3291
89,8079	33	0,6737	0,3263	0,6616	-52,5230	0,3821
89,8094	34	0,7215	0,2785	0,6673	-48,9729	0,4362
89,8102	35	0,7487	0,2513	0,6695	-47,6531	0,4916
89,8104	36	0,7537	0,2463	0,7007	-45,3341	0,5485
89,8115	37	0,7838	0,2162	0,7196	-41,8070	0,6073
89,8117	38	0,7909	0,2091	0,7298	-41,2159	0,6683
89,8127	39	0,8148	0,1852	0,7340	-39,5804	0,7318
89,8137	40	0,8387	0,1613	0,7508	-36,5380	0,7985
89,8142	41	0,8515	0,1485	0,7525	-36,0464	0,8689
89,8146	42	0,8585	0,1415	0,7784	-33,4526	0,9439
89,8156	43	0,8788	0,1212	0,8855	-21,3232	1,0246
89,8163	44	0,8910	0,1090	0,8964	-19,5575	1,1126
89,8169	45	0,9009	0,0991	0,9397	-14,8178	1,2102
89,8170	46	0,9029	0,0971	0,9428	-14,6570	1,3210
89,8177	47	0,9144	0,0856	0,9574	-12,3646	1,4508
89,8179	48	0,9173	0,0827	0,9626	-11,8205	1,6112
89,8181	49	0,9190	0,0810	0,9627	-11,8849	1,8286
89,8198	50	0,9409	0,0591	0,9928	-6,7530	2,2004
AD					0,500876821	
AD*					0,508838759	

Tabela D9- Teste de Shapiro-Wilk Caso II

X	i	SS	z	mi	ai
89,7768	1	0,0007	-2,2004	-2,2433	-0,3506
89,7839	2	0,0004	-1,8286	-1,8475	-0,2930
89,7839	3	0,0004	-1,6112	-1,6235	-0,2084
89,7846	4	0,0003	-1,4508	-1,4600	-0,1874
89,7861	5	0,0003	-1,3210	-1,3283	-0,1705
89,7864	6	0,0003	-1,2102	-1,2163	-0,1561
89,7895	7	0,0002	-1,1126	-1,1177	-0,1435
89,7901	8	0,0002	-1,0246	-1,0290	-0,1321
89,7948	9	0,0001	-0,9439	-0,9477	-0,1217
89,7957	10	0,0001	-0,8689	-0,8722	-0,1120
89,7958	11	0,0001	-0,7985	-0,8014	-0,1029
89,7963	12	0,0000	-0,7318	-0,7344	-0,0943
89,7965	13	0,0000	-0,6683	-0,6706	-0,0861
89,7968	14	0,0000	-0,6073	-0,6094	-0,0782
89,7974	15	0,0000	-0,5485	-0,5503	-0,0706
89,7984	16	0,0000	-0,4916	-0,4932	-0,0633
89,7984	17	0,0000	-0,4362	-0,4376	-0,0562
89,7986	18	0,0000	-0,3821	-0,3833	-0,0492
89,7987	19	0,0000	-0,3291	-0,3301	-0,0424
89,7993	20	0,0000	-0,2770	-0,2779	-0,0357
89,7996	21	0,0000	-0,2257	-0,2264	-0,0291
89,8008	22	0,0000	-0,1750	-0,1755	-0,0225
89,8018	23	0,0000	-0,1247	-0,1250	-0,0161
89,8021	24	0,0000	-0,0747	-0,0749	-0,0096
89,8023	25	0,0000	-0,0249	-0,0249	-0,0032
89,8042	26	0,0000	0,0249	0,0249	0,0032
89,8043	27	0,0000	0,0747	0,0749	0,0096
89,8048	28	0,0000	0,1247	0,1250	0,0161
89,8064	29	0,0000	0,1750	0,1755	0,0225
89,8075	30	0,0000	0,2257	0,2264	0,0291
89,8075	31	0,0000	0,2770	0,2779	0,0357
89,8076	32	0,0000	0,3291	0,3301	0,0424
89,8079	33	0,0000	0,3821	0,3833	0,0492
89,8094	34	0,0000	0,4362	0,4376	0,0562
89,8102	35	0,0001	0,4916	0,4932	0,0633
89,8104	36	0,0001	0,5485	0,5503	0,0706
89,8115	37	0,0001	0,6073	0,6094	0,0782
89,8117	38	0,0001	0,6683	0,6706	0,0861
89,8127	39	0,0001	0,7318	0,7344	0,0943
89,8137	40	0,0001	0,7985	0,8014	0,1029
89,8142	41	0,0001	0,8689	0,8722	0,1120
89,8146	42	0,0001	0,9439	0,9477	0,1217
89,8156	43	0,0002	1,0246	1,0290	0,1321
89,8163	44	0,0002	1,1126	1,1177	0,1435
89,8169	45	0,0002	1,2102	1,2163	0,1561
89,8170	46	0,0002	1,3210	1,3283	0,1705
89,8177	47	0,0002	1,4508	1,4600	0,1874
89,8179	48	0,0002	1,6112	1,6235	0,2084
89,8181	49	0,0002	1,8286	1,8475	0,2930
89,8198	50	0,0003	2,2004	2,2433	0,3506

u	desvio	0,010730015
0,14142	xbarra	89,80305512
	SS tot	0,005641528
	m	47,20264855
	e	60,67784878
(interpolado)	b	0,073312312
	W	0,952702089
	média	-3,850772537
	desvio	0,468903638
	z	1,705005747
	p- value	0,044096676

Tabela D10- Teste de Cramer-von Mises Caso II

X	i	Z-Score	equação	eq^2	T
89,7768	1	-2,4453	-0,0028	0,0000	0,0017
89,7839	2	-1,7825	0,0073	0,0001	0,0017
89,7839	3	-1,7821	-0,0126	0,0002	0,0019
89,7846	4	-1,7214	-0,0274	0,0008	0,0026
89,7861	5	-1,5786	-0,0328	0,0011	0,0037
89,7864	6	-1,5524	-0,0497	0,0025	0,0062
89,7895	7	-1,2613	-0,0264	0,0007	0,0069
89,7901	8	-1,2029	-0,0355	0,0013	0,0081
89,7948	9	-0,7668	0,0516	0,0027	0,0108
89,7957	10	-0,6825	0,0575	0,0033	0,0141
89,7958	11	-0,6769	0,0392	0,0015	0,0156
89,7963	12	-0,6251	0,0360	0,0013	0,0169
89,7965	13	-0,6123	0,0202	0,0004	0,0173
89,7968	14	-0,5815	0,0104	0,0001	0,0175
89,7974	15	-0,5263	0,0093	0,0001	0,0175
89,7984	16	-0,4385	0,0205	0,0004	0,0180
89,7984	17	-0,4325	0,0027	0,0000	0,0180
89,7986	18	-0,4170	-0,0116	0,0001	0,0181
89,7987	19	-0,4100	-0,0291	0,0008	0,0190
89,7993	20	-0,3490	-0,0264	0,0007	0,0197
89,7996	21	-0,3240	-0,0370	0,0014	0,0210
89,8008	22	-0,2062	-0,0117	0,0001	0,0212
89,8018	23	-0,1163	0,0037	0,0000	0,0212
89,8021	24	-0,0857	-0,0042	0,0000	0,0212
89,8023	25	-0,0712	-0,0184	0,0003	0,0215
89,8042	26	0,1060	0,0322	0,0010	0,0226
89,8043	27	0,1174	0,0167	0,0003	0,0228
89,8048	28	0,1634	0,0149	0,0002	0,0231
89,8064	29	0,3095	0,0515	0,0027	0,0257
89,8075	30	0,4136	0,0704	0,0050	0,0307
89,8075	31	0,4187	0,0523	0,0027	0,0334
89,8076	32	0,4271	0,0353	0,0012	0,0347
89,8079	33	0,4501	0,0237	0,0006	0,0352
89,8094	34	0,5873	0,0515	0,0027	0,0379
89,8102	35	0,6705	0,0587	0,0034	0,0413
89,8104	36	0,6862	0,0437	0,0019	0,0432
89,8115	37	0,7852	0,0538	0,0029	0,0461
89,8117	38	0,8095	0,0409	0,0017	0,0478
89,8127	39	0,8956	0,0448	0,0020	0,0498
89,8137	40	0,9893	0,0487	0,0024	0,0522
89,8142	41	1,0430	0,0415	0,0017	0,0539
89,8146	42	1,0738	0,0285	0,0008	0,0547
89,8156	43	1,1688	0,0288	0,0008	0,0556
89,8163	44	1,2318	0,0210	0,0004	0,0560
89,8169	45	1,2870	0,0109	0,0001	0,0561
89,8170	46	1,2982	-0,0071	0,0001	0,0562
89,8177	47	1,3687	-0,0156	0,0002	0,0564
89,8179	48	1,3870	-0,0327	0,0011	0,0575
89,8181	49	1,3983	-0,0510	0,0026	0,0601
89,8198	50	1,5621	-0,0491	0,0024	0,0625

Tabela D11- Cálculos para os testes de assimetria e achatamento Caso II

X	i	xi-x barra	dist^2	
89,7768	1	-0,026	0,001	-2199,532
89,7839	2	-0,019	0,000	-2109,922
89,7839	3	-0,019	0,000	-2020,138
89,7846	4	-0,018	0,000	-1930,369
89,7861	5	-0,017	0,000	-1840,615
89,7864	6	-0,017	0,000	-1750,835
89,7895	7	-0,014	0,000	-1661,106
89,7901	8	-0,013	0,000	-1571,328
89,7948	9	-0,008	0,000	-1481,615
89,7957	10	-0,007	0,000	-1391,834
89,7958	11	-0,007	0,000	-1302,039
89,7963	12	-0,007	0,000	-1212,251
89,7965	13	-0,007	0,000	-1122,456
89,7968	14	-0,006	0,000	-1032,663
89,7974	15	-0,006	0,000	-942,873
89,7984	16	-0,005	0,000	-853,084
89,7984	17	-0,005	0,000	-763,287
89,7986	18	-0,004	0,000	-673,489
89,7987	19	-0,004	0,000	-583,691
89,7993	20	-0,004	0,000	-493,896
89,7996	21	-0,003	0,000	-404,098
89,8008	22	-0,002	0,000	-314,303
89,8018	23	-0,001	0,000	-224,505
89,8021	24	-0,001	0,000	-134,703
89,8023	25	-0,001	0,000	-44,901
89,8042	26	0,001	0,000	44,902
89,8043	27	0,001	0,000	134,706
89,8048	28	0,002	0,000	224,512
89,8064	29	0,003	0,000	314,322
89,8075	30	0,004	0,000	404,134
89,8075	31	0,004	0,000	493,942
89,8076	32	0,005	0,000	583,750
89,8079	33	0,005	0,000	673,559
89,8094	34	0,006	0,000	763,380
89,8102	35	0,007	0,000	853,197
89,8104	36	0,007	0,000	943,009
89,8115	37	0,008	0,000	1032,832
89,8117	38	0,009	0,000	1122,647
89,8127	39	0,010	0,000	1212,471
89,8137	40	0,011	0,000	1302,298
89,8142	41	0,011	0,000	1392,121
89,8146	42	0,012	0,000	1481,941
89,8156	43	0,013	0,000	1571,773
89,8163	44	0,013	0,000	1661,601
89,8169	45	0,014	0,000	1751,429
89,8170	46	0,014	0,000	1841,248
89,8177	47	0,015	0,000	1931,081
89,8179	48	0,015	0,000	2020,904
89,8181	49	0,015	0,000	2110,724
89,8198	50	0,017	0,000	2200,586
		0,000	0,006	7,535

Tabela D12- Testes de assimetria, achatamento, D'Agostino Pearson e Jarque-Bera

Teste de assimetria		Teste de achatamento	
Assimetria	-0,402678113	Achatamento	-0,53719336
s.e.	0,336600709	s.e.	0,66190837
estatística de teste	-1,196307978	estatística de teste	-0,81158266
p-value	0,115788198	p-value	0,20851557
inferior	-0,381570967	inferior	-0,49568722
superior	-0,423785259	superior	-0,5786995
D'Agostino-Pearson		Jarque-Bera	
estatística	2,089819187	estatística	1,95244865
p-value	0,351723616	p-value	0,37673083
Normal		Normal	

Tabela D13- Teste de Lilliefors Caso III

X	i	Sn	Z-Score	F(x)	Diferença
89,780	1	0,02	-1,7645	0,0388	0,0188
89,784	2	0,04	-1,4057	0,0799	0,0399
89,786	3	0,06	-1,2665	0,1027	0,0427
89,786	4	0,08	-1,2242	0,1104	0,0304
89,786	5	0,1	-1,1903	0,1170	0,0170
89,786	6	0,12	-1,1835	0,1183	0,0017
89,787	7	0,14	-1,1571	0,1236	0,0164
89,788	8	0,16	-1,0509	0,1466	0,0134
89,789	9	0,18	-0,9051	0,1827	0,0027
89,790	10	0,2	-0,8524	0,1970	0,0030
89,790	11	0,22	-0,8353	0,2018	0,0182
89,790	12	0,24	-0,8325	0,2026	0,0374
89,790	13	0,26	-0,8248	0,2048	0,0552
89,790	14	0,28	-0,8195	0,2063	0,0737
89,791	15	0,3	-0,7808	0,2175	0,0825
89,792	16	0,32	-0,6637	0,2534	0,0666
89,792	17	0,34	-0,6502	0,2578	0,0822
89,792	18	0,36	-0,6268	0,2654	0,0946
89,793	19	0,38	-0,6067	0,2720	0,1080
89,794	20	0,4	-0,4231	0,3361	0,0639
89,795	21	0,42	-0,3592	0,3597	0,0603
89,795	22	0,44	-0,3481	0,3639	0,0761
89,796	23	0,46	-0,2765	0,3911	0,0689
89,796	24	0,48	-0,2704	0,3934	0,0866
89,797	25	0,5	-0,2244	0,4112	0,0888
89,797	26	0,52	-0,2176	0,4139	0,1061
89,797	27	0,54	-0,2018	0,4200	0,1200
89,797	28	0,56	-0,1473	0,4414	0,1186
89,798	29	0,58	-0,0713	0,4716	0,1084
89,800	30	0,6	0,0522	0,5208	0,0792
89,800	31	0,62	0,0638	0,5254	0,0946
89,802	32	0,64	0,2771	0,6092	0,0308
89,802	33	0,66	0,2923	0,6150	0,0450
89,802	34	0,68	0,2986	0,6174	0,0626
89,805	35	0,7	0,5470	0,7078	0,0078
89,806	36	0,72	0,7016	0,7585	0,0385
89,807	37	0,74	0,7999	0,7881	0,0481
89,809	38	0,76	0,9003	0,8160	0,0560
89,809	39	0,78	0,9889	0,8386	0,0586
89,811	40	0,8	1,1329	0,8714	0,0714
89,811	41	0,82	1,1669	0,8784	0,0584
89,812	42	0,84	1,2309	0,8908	0,0508
89,813	43	0,86	1,2987	0,9030	0,0430
89,814	44	0,88	1,3972	0,9188	0,0388
89,815	45	0,9	1,4732	0,9296	0,0296
89,815	46	0,92	1,5139	0,9350	0,0150
89,815	47	0,94	1,5367	0,9378	0,0022
89,817	48	0,96	1,7046	0,9559	0,0041
89,818	49	0,98	1,7578	0,9606	0,0194
89,821	50	1	2,0457	0,9796	0,0204
				D calculado	0,1200
				D critico	0,1247

Tabela D14- Teste de Anderson-Darling Caso III

X	i	F(x)	1- F(x)	1- F (Xn-i+1)	S	Z
89,780	1	0,0388	0,9612	0,0204	-7,1413	-2,2004
89,784	2	0,0799	0,9201	0,0394	-17,2835	-1,8286
89,786	3	0,1027	0,8973	0,0441	-26,9833	-1,6112
89,786	4	0,1104	0,8896	0,0622	-34,8661	-1,4508
89,786	5	0,1170	0,8830	0,0650	-43,9097	-1,3210
89,786	6	0,1183	0,8817	0,0704	-52,6765	-1,2102
89,787	7	0,1236	0,8764	0,0812	-59,8225	-1,1126
89,788	8	0,1466	0,8534	0,0970	-63,7868	-1,0246
89,789	9	0,1827	0,8173	0,1092	-66,5492	-0,9439
89,790	10	0,1970	0,8030	0,1216	-70,8957	-0,8689
89,790	11	0,2018	0,7982	0,1286	-76,6807	-0,7985
89,790	12	0,2026	0,7974	0,1614	-78,6796	-0,7318
89,790	13	0,2048	0,7952	0,1840	-81,9718	-0,6683
89,790	14	0,2063	0,7937	0,2119	-84,5192	-0,6073
89,791	15	0,2175	0,7825	0,2415	-85,4556	-0,5485
89,792	16	0,2534	0,7466	0,2922	-80,6915	-0,4916
89,792	17	0,2578	0,7422	0,3826	-76,4411	-0,4362
89,792	18	0,2654	0,7346	0,3850	-79,8360	-0,3821
89,793	19	0,2720	0,7280	0,3908	-82,9296	-0,3291
89,794	20	0,3361	0,6639	0,4746	-71,5913	-0,2770
89,795	21	0,3597	0,6403	0,4792	-72,0797	-0,2257
89,795	22	0,3639	0,6361	0,5284	-70,8983	-0,1750
89,796	23	0,3911	0,6089	0,5586	-68,4561	-0,1247
89,796	24	0,3934	0,6066	0,5800	-69,4504	-0,0747
89,797	25	0,4112	0,5888	0,5861	-69,7178	-0,0249
89,797	26	0,4139	0,5861	0,5888	-72,0078	0,0249
89,797	27	0,4200	0,5800	0,6066	-72,4690	0,0747
89,797	28	0,4414	0,5586	0,6089	-72,2577	0,1247
89,798	29	0,4716	0,5284	0,6361	-68,6291	0,1750
89,800	30	0,5208	0,4792	0,6403	-64,7965	0,2257
89,800	31	0,5254	0,4746	0,6639	-64,2433	0,2770
89,802	32	0,6092	0,3908	0,7280	-51,2288	0,3291
89,802	33	0,6150	0,3850	0,7346	-51,6472	0,3821
89,802	34	0,6174	0,3826	0,7422	-52,2846	0,4362
89,805	35	0,7078	0,2922	0,7466	-44,0131	0,4916
89,806	36	0,7585	0,2415	0,7825	-37,0324	0,5485
89,807	37	0,7881	0,2119	0,7937	-34,2449	0,6073
89,809	38	0,8160	0,1840	0,7952	-32,4315	0,6683
89,809	39	0,8386	0,1614	0,7974	-30,9787	0,7318
89,811	40	0,8714	0,1286	0,7982	-28,6802	0,7985
89,811	41	0,8784	0,1216	0,8030	-28,2758	0,8689
89,812	42	0,8908	0,1092	0,8173	-26,3415	0,9439
89,813	43	0,9030	0,0970	0,8534	-22,1552	1,0246
89,814	44	0,9188	0,0812	0,8764	-18,8450	1,1126
89,815	45	0,9296	0,0704	0,8817	-17,6980	1,2102
89,815	46	0,9350	0,0650	0,8830	-17,4382	1,3210
89,815	47	0,9378	0,0622	0,8896	-16,8547	1,4508
89,817	48	0,9559	0,0441	0,8973	-14,5802	1,6112
89,818	49	0,9606	0,0394	0,9201	-11,9760	1,8286
89,821	50	0,9796	0,0204	0,9612	-5,9599	2,2004
AD=						1,00765346
AD*=						1,02367112

Tabela D15- Teste de Shapiro-Wilk Caso III

X	i	SS	z	mi	ai
89,780	1	0,000	-2,200	-2,243	-0,351
89,784	2	0,000	-1,829	-1,847	-0,293
89,786	3	0,000	-1,611	-1,624	-0,208
89,786	4	0,000	-1,451	-1,460	-0,187
89,786	5	0,000	-1,321	-1,328	-0,171
89,786	6	0,000	-1,210	-1,216	-0,156
89,787	7	0,000	-1,113	-1,118	-0,143
89,788	8	0,000	-1,025	-1,029	-0,132
89,789	9	0,000	-0,944	-0,948	-0,122
89,790	10	0,000	-0,869	-0,872	-0,112
89,790	11	0,000	-0,798	-0,801	-0,103
89,790	12	0,000	-0,732	-0,734	-0,094
89,790	13	0,000	-0,668	-0,671	-0,086
89,790	14	0,000	-0,607	-0,609	-0,078
89,791	15	0,000	-0,549	-0,550	-0,071
89,792	16	0,000	-0,492	-0,493	-0,063
89,792	17	0,000	-0,436	-0,438	-0,056
89,792	18	0,000	-0,382	-0,383	-0,049
89,793	19	0,000	-0,329	-0,330	-0,042
89,794	20	0,000	-0,277	-0,278	-0,036
89,795	21	0,000	-0,226	-0,226	-0,029
89,795	22	0,000	-0,175	-0,175	-0,023
89,796	23	0,000	-0,125	-0,125	-0,016
89,796	24	0,000	-0,075	-0,075	-0,010
89,797	25	0,000	-0,025	-0,025	-0,003
89,797	26	0,000	0,025	0,025	0,003
89,797	27	0,000	0,075	0,075	0,010
89,797	28	0,000	0,125	0,125	0,016
89,798	29	0,000	0,175	0,175	0,023
89,800	30	0,000	0,226	0,226	0,029
89,800	31	0,000	0,277	0,278	0,036
89,802	32	0,000	0,329	0,330	0,042
89,802	33	0,000	0,382	0,383	0,049
89,802	34	0,000	0,436	0,438	0,056
89,805	35	0,000	0,492	0,493	0,063
89,806	36	0,000	0,549	0,550	0,071
89,807	37	0,000	0,607	0,609	0,078
89,809	38	0,000	0,668	0,671	0,086
89,809	39	0,000	0,732	0,734	0,094
89,811	40	0,000	0,798	0,801	0,103
89,811	41	0,000	0,869	0,872	0,112
89,812	42	0,000	0,944	0,948	0,122
89,813	43	0,000	1,025	1,029	0,132
89,814	44	0,000	1,113	1,118	0,143
89,815	45	0,000	1,210	1,216	0,156
89,815	46	0,000	1,321	1,328	0,171
89,815	47	0,000	1,451	1,460	0,187
89,817	48	0,000	1,611	1,624	0,208
89,818	49	0,000	1,829	1,847	0,293
89,821	50	0,000	2,200	2,243	0,351

u	desvio	0,010630781
0,14142	xbarra	89,79897183
	SS tot	0,005537661
	m	47,20264855
	e	60,67784878
(interpolado)	b	0,071981757
	W	0,93566091
	média	-3,850772537
	desvio	0,468903638
	z	2,361219966
	p- value	0,009107461

Tabela D16- Teste de Cramer-von Mises Caso III

X	i	Z-Score	eq	eq^2	T
89,780	1	-1,7645	0,0288	0,0008	0,0025
89,784	2	-1,4057	0,0499	0,0025	0,0050
89,786	3	-1,2665	0,0527	0,0028	0,0078
89,786	4	-1,2242	0,0404	0,0016	0,0094
89,786	5	-1,1903	0,0270	0,0007	0,0101
89,786	6	-1,1835	0,0083	0,0001	0,0102
89,787	7	-1,1571	-0,0064	0,0000	0,0102
89,788	8	-1,0509	-0,0034	0,0000	0,0102
89,789	9	-0,9051	0,0127	0,0002	0,0104
89,790	10	-0,8524	0,0070	0,0000	0,0105
89,790	11	-0,8353	-0,0082	0,0001	0,0105
89,790	12	-0,8325	-0,0274	0,0008	0,0113
89,790	13	-0,8248	-0,0452	0,0020	0,0133
89,790	14	-0,8195	-0,0637	0,0041	0,0174
89,791	15	-0,7808	-0,0725	0,0053	0,0226
89,792	16	-0,6637	-0,0566	0,0032	0,0258
89,792	17	-0,6502	-0,0722	0,0052	0,0311
89,792	18	-0,6268	-0,0846	0,0072	0,0382
89,793	19	-0,6067	-0,0980	0,0096	0,0478
89,794	20	-0,4231	-0,0539	0,0029	0,0507
89,795	21	-0,3592	-0,0503	0,0025	0,0533
89,795	22	-0,3481	-0,0661	0,0044	0,0576
89,796	23	-0,2765	-0,0589	0,0035	0,0611
89,796	24	-0,2704	-0,0766	0,0059	0,0670
89,797	25	-0,2244	-0,0788	0,0062	0,0732
89,797	26	-0,2176	-0,0961	0,0092	0,0824
89,797	27	-0,2018	-0,1100	0,0121	0,0945
89,797	28	-0,1473	-0,1086	0,0118	0,1063
89,798	29	-0,0713	-0,0984	0,0097	0,1160
89,800	30	0,0522	-0,0692	0,0048	0,1208
89,800	31	0,0638	-0,0846	0,0072	0,1279
89,802	32	0,2771	-0,0208	0,0004	0,1283
89,802	33	0,2923	-0,0350	0,0012	0,1296
89,802	34	0,2986	-0,0526	0,0028	0,1323
89,805	35	0,5470	0,0178	0,0003	0,1327
89,806	36	0,7016	0,0485	0,0024	0,1350
89,807	37	0,7999	0,0581	0,0034	0,1384
89,809	38	0,9003	0,0660	0,0044	0,1427
89,809	39	0,9889	0,0686	0,0047	0,1475
89,811	40	1,1329	0,0814	0,0066	0,1541
89,811	41	1,1669	0,0684	0,0047	0,1588
89,812	42	1,2309	0,0608	0,0037	0,1625
89,813	43	1,2987	0,0530	0,0028	0,1653
89,814	44	1,3972	0,0488	0,0024	0,1676
89,815	45	1,4732	0,0396	0,0016	0,1692
89,815	46	1,5139	0,0250	0,0006	0,1698
89,815	47	1,5367	0,0078	0,0001	0,1699
89,817	48	1,7046	0,0059	0,0000	0,1699
89,818	49	1,7578	-0,0094	0,0001	0,1700
89,821	50	2,0457	-0,0104	0,0001	0,1701

Tabela D17- Cálculos para os testes de assimetria e achatamento Caso III

X	i	xi-xbarra	dist^2	
89,780	1	-0,0188	0,0004	-2199,6152
89,784	2	-0,0149	0,0002	-2109,9247
89,786	3	-0,0135	0,0002	-2020,1739
89,786	4	-0,0130	0,0002	-1930,3981
89,786	5	-0,0127	0,0002	-1840,6195
89,786	6	-0,0126	0,0002	-1750,8346
89,787	7	-0,0123	0,0002	-1661,0534
89,788	8	-0,0112	0,0001	-1571,2865
89,789	9	-0,0096	0,0001	-1481,5243
89,790	10	-0,0091	0,0001	-1391,7436
89,790	11	-0,0089	0,0001	-1301,9563
89,790	12	-0,0089	0,0001	-1212,1666
89,790	13	-0,0088	0,0001	-1122,3775
89,790	14	-0,0087	0,0001	-1032,5880
89,791	15	-0,0083	0,0001	-942,8021
89,792	16	-0,0071	0,0000	-853,0232
89,792	17	-0,0069	0,0000	-763,2325
89,792	18	-0,0067	0,0000	-673,4423
89,793	19	-0,0064	0,0000	-583,6514
89,794	20	-0,0045	0,0000	-493,8696
89,795	21	-0,0038	0,0000	-404,0782
89,795	22	-0,0037	0,0000	-314,2834
89,796	23	-0,0029	0,0000	-224,4901
89,796	24	-0,0029	0,0000	-134,6941
89,797	25	-0,0024	0,0000	-44,8983
89,797	26	-0,0023	0,0000	44,8983
89,797	27	-0,0021	0,0000	134,6952
89,797	28	-0,0016	0,0000	224,4935
89,798	29	-0,0008	0,0000	314,2937
89,800	30	0,0006	0,0000	404,0979
89,800	31	0,0007	0,0000	493,8981
89,802	32	0,0029	0,0000	583,7125
89,802	33	0,0031	0,0000	673,5156
89,802	34	0,0032	0,0000	763,3182
89,805	35	0,0058	0,0000	853,1455
89,806	36	0,0075	0,0001	942,9675
89,807	37	0,0085	0,0001	1032,7860
89,809	38	0,0096	0,0001	1122,6068
89,809	39	0,0105	0,0001	1212,4280
89,811	40	0,0120	0,0001	1302,2597
89,811	41	0,0124	0,0002	1392,0763
89,812	42	0,0131	0,0002	1481,8989
89,813	43	0,0138	0,0002	1571,7236
89,814	44	0,0149	0,0002	1661,5558
89,815	45	0,0157	0,0002	1751,3853
89,815	46	0,0161	0,0003	1841,2089
89,815	47	0,0163	0,0003	1931,0291
89,817	48	0,0181	0,0003	2020,8846
89,818	49	0,0187	0,0003	2110,7150
89,821	50	0,0217	0,0005	2200,6076
		0,0000	0,0055	7,4742

Tabela D18- Teste de assimetria, achatamento, D'Agostino Pearson e Jarque-Bera Caso III

Teste de assimetria		Teste de achatamento	
Assimetria	0,388669528	Achatamento	-0,99066016
s.e.	0,336600709	s.e.	0,661908375
estatística de teste	1,154690166	estatística de teste	-1,49667264
p-value	0,124108664	p-value	0,067239229
inferior	0,409776674	inferior	-0,94915402
superior	0,367562382	superior	-1,0321663
D'Agostino-Pearson		Jarque-Bera	
estatística	3,573338384	estatística	3,30346574
p-value	0,167517209	p-value	0,191717399
Normal		Normal	

Tabela D19- Teste de Lilliefors Cenário IV

X	i	Sn	Z-Score	F(x)	Diferença
89,78466613	1	0,02	-1,978214583	0,023952252	0,003952252
89,78485422	2	0,04	-1,959430984	0,025031168	0,014968832
89,78577117	3	0,06	-1,866875061	0,030959519	0,029040481
89,78845546	4	0,08	-1,59592666	0,055252584	0,024747416
89,78988779	5	0,1	-1,451349586	0,07334127	0,02665873
89,79221725	6	0,12	-1,216216341	0,11195126	0,00804874
89,79308168	7	0,14	-1,128962549	0,129456816	0,010543184
89,79397525	8	0,16	-1,038766816	0,149456599	0,010543401
89,7956213	9	0,18	-0,872616815	0,191435986	0,011435986
89,79693417	10	0,2	-0,74009715	0,229620524	0,029620524
89,79742233	11	0,22	-0,690823305	0,244838294	0,024838294
89,79758135	12	0,24	-0,674771641	0,24991043	0,00991043
89,79839898	13	0,26	-0,592241637	0,276844396	0,016844396
89,7986246	14	0,28	-0,569467527	0,284519451	0,004519451
89,79864852	15	0,3	-0,567053172	0,285339028	0,014660972
89,79883022	16	0,32	-0,548711895	0,291601591	0,028398409
89,7990716	17	0,34	-0,524347526	0,300018423	0,039981577
89,79928149	18	0,36	-0,503162159	0,307425134	0,052574866
89,80106751	19	0,38	-0,322883245	0,373391833	0,006608167
89,80173234	20	0,4	-0,255776779	0,399061603	0,000938397
89,80218996	21	0,42	-0,209584232	0,416996094	0,003003906
89,80220561	22	0,44	-0,208005149	0,417612474	0,022387526
89,8036637	23	0,46	-0,060826904	0,475748532	0,015748532
89,80369247	24	0,48	-0,057923634	0,476904729	0,003095271
89,80370811	25	0,5	-0,056345168	0,477533418	0,022466582
89,80433075	26	0,52	0,006503548	0,502594522	0,017405478
89,80480071	27	0,54	0,053940493	0,521508713	0,018491287
89,80504384	28	0,56	0,07848172	0,531277565	0,028722435
89,80643586	29	0,58	0,218990764	0,586671379	0,006671379
89,80705588	30	0,6	0,281575022	0,610865302	0,010865302
89,80775593	31	0,62	0,352237049	0,637669753	0,017669753
89,80798229	32	0,64	0,375085784	0,646201665	0,006201665
89,80803701	33	0,66	0,380608796	0,648253223	0,011746777
89,80842612	34	0,68	0,419885343	0,662715392	0,017284608
89,8086363	35	0,7	0,441099947	0,670429679	0,029570321
89,80933383	36	0,72	0,511508203	0,695502377	0,024497623
89,81000814	37	0,74	0,579572252	0,718898445	0,021101555
89,81090104	38	0,76	0,669700195	0,748475536	0,011524464
89,81198645	39	0,78	0,779259994	0,782086712	0,002086712
89,81204698	40	0,8	0,785369798	0,783881608	0,016118392
89,81324343	41	0,82	0,906137335	0,817568417	0,002431583
89,81324727	42	0,84	0,906524981	0,817670976	0,022329024
89,81335756	43	0,86	0,917658355	0,820601122	0,039398878
89,81446854	44	0,88	1,029798282	0,848447646	0,031552354
89,81616139	45	0,9	1,200672912	0,885060947	0,014939053
89,81655619	46	0,92	1,240522917	0,892608978	0,027391022
89,81795672	47	0,94	1,381891097	0,916497429	0,023502571
89,8183094	48	0,96	1,417489697	0,921830098	0,038169902
89,82769982	49	0,98	2,365346802	0,990993403	0,010993403
89,82794921	50	1	2,390519231	0,991587716	0,008412284
				D calculado	0,052574866
				D critico	0,124678769

Tabela D20- Teste de Anderson-Darling Cenário IV

X	i	F(x)	1- F(x)	1- F (Xn-i+1)	S	Z
89,785	1	0,0240	0,9760	0,0084	-8,5098	-2,2004
89,785	2	0,0250	0,9750	0,0090	-25,1923	-1,8286
89,786	3	0,0310	0,9690	0,0782	-30,1197	-1,6112
89,788	4	0,0553	0,9447	0,0835	-37,6510	-1,4508
89,790	5	0,0733	0,9267	0,1074	-43,5952	-1,3210
89,792	6	0,1120	0,8880	0,1149	-47,8835	-1,2102
89,793	7	0,1295	0,8705	0,1516	-51,1060	-1,1126
89,794	8	0,1495	0,8505	0,1794	-54,2834	-1,0246
89,796	9	0,1914	0,8086	0,1823	-57,0375	-0,9439
89,797	10	0,2296	0,7704	0,1824	-60,2814	-0,8689
89,797	11	0,2448	0,7552	0,2161	-61,7208	-0,7985
89,798	12	0,2499	0,7501	0,2179	-66,9371	-0,7318
89,798	13	0,2768	0,7232	0,2515	-66,6129	-0,6683
89,799	14	0,2845	0,7155	0,2811	-68,2018	-0,6073
89,799	15	0,2853	0,7147	0,3045	-70,8519	-0,5485
89,799	16	0,2916	0,7084	0,3296	-72,6123	-0,4916
89,799	17	0,3000	0,7000	0,3373	-75,5944	-0,4362
89,799	18	0,3074	0,6926	0,3517	-77,8529	-0,3821
89,801	19	0,3734	0,6266	0,3538	-74,8937	-0,3291
89,802	20	0,3991	0,6009	0,3623	-75,4197	-0,2770
89,802	21	0,4170	0,5830	0,3891	-74,5588	-0,2257
89,802	22	0,4176	0,5824	0,4133	-75,5387	-0,1750
89,804	23	0,4757	0,5243	0,4687	-67,5275	-0,1247
89,804	24	0,4769	0,5231	0,4785	-69,4451	-0,0747
89,804	25	0,4775	0,5225	0,4974	-70,4361	-0,0249
89,804	26	0,5026	0,4974	0,5225	-68,1955	0,0249
89,805	27	0,5215	0,4785	0,5231	-68,8481	0,0747
89,805	28	0,5313	0,4687	0,5243	-70,3040	0,1247
89,806	29	0,5867	0,4133	0,5824	-61,2128	0,1750
89,807	30	0,6109	0,3891	0,5830	-60,9140	0,2257
89,808	31	0,6377	0,3623	0,6009	-58,5111	0,2770
89,808	32	0,6462	0,3538	0,6266	-56,9569	0,3291
89,808	33	0,6483	0,3517	0,6926	-52,0528	0,3821
89,808	34	0,6627	0,3373	0,7000	-51,4634	0,4362
89,809	35	0,6704	0,3296	0,7084	-51,3764	0,4916
89,809	36	0,6955	0,3045	0,7147	-49,6338	0,5485
89,810	37	0,7189	0,2811	0,7155	-48,5330	0,6073
89,811	38	0,7485	0,2515	0,7232	-46,0386	0,6683
89,812	39	0,7821	0,2179	0,7501	-41,0681	0,7318
89,812	40	0,7839	0,2161	0,7552	-41,4213	0,7985
89,813	41	0,8176	0,1824	0,7704	-37,4457	0,8689
89,813	42	0,8177	0,1823	0,8086	-34,3446	0,9439
89,813	43	0,8206	0,1794	0,8505	-30,5658	1,0246
89,814	44	0,8484	0,1516	0,8705	-26,3597	1,1126
89,816	45	0,8851	0,1149	0,8880	-21,4336	1,2102
89,817	46	0,8926	0,1074	0,9267	-17,2697	1,3210
89,818	47	0,9165	0,0835	0,9447	-13,3951	1,4508
89,818	48	0,9218	0,0782	0,9690	-10,7201	1,6112
89,828	49	0,9910	0,0090	0,9750	-3,3365	1,8286
89,828	50	0,9916	0,0084	0,9760	-3,2365	2,2004
					AD=	0,170015365
					AD*=	0,172717929

Tabela D21- Teste de Shapiro-Wilk Cenário IV

X	i	SS	z	mi	ai			
89,785	1	0,0004	-2,2004	-2,2433	-0,3506			
89,785	2	0,0004	-1,8286	-1,8475	-0,2930			
89,786	3	0,0003	-1,6112	-1,6235	-0,2084			
89,788	4	0,0002	-1,4508	-1,4600	-0,1874			
89,790	5	0,0002	-1,3210	-1,3283	-0,1705			
89,792	6	0,0001	-1,2102	-1,2163	-0,1561			
89,793	7	0,0001	-1,1126	-1,1177	-0,1435			
89,794	8	0,0001	-1,0246	-1,0290	-0,1321			
89,796	9	0,0001	-0,9439	-0,9477	-0,1217			
89,797	10	0,0001	-0,8689	-0,8722	-0,1120			
89,797	11	0,0000	-0,7985	-0,8014	-0,1029			
89,798	12	0,0000	-0,7318	-0,7344	-0,0943			
89,798	13	0,0000	-0,6683	-0,6706	-0,0861			
89,799	14	0,0000	-0,6073	-0,6094	-0,0782			
89,799	15	0,0000	-0,5485	-0,5503	-0,0706			
89,799	16	0,0000	-0,4916	-0,4932	-0,0633			
89,799	17	0,0000	-0,4362	-0,4376	-0,0562			
89,799	18	0,0000	-0,3821	-0,3833	-0,0492			
89,801	19	0,0000	-0,3291	-0,3301	-0,0424			
89,802	20	0,0000	-0,2770	-0,2779	-0,0357			
89,802	21	0,0000	-0,2257	-0,2264	-0,0291			
89,802	22	0,0000	-0,1750	-0,1755	-0,0225			
89,804	23	0,0000	-0,1247	-0,1250	-0,0161			
89,804	24	0,0000	-0,0747	-0,0749	-0,0096			
89,804	25	0,0000	-0,0249	-0,0249	-0,0032			
89,804	26	0,0000	0,0249	0,0249	0,0032			
89,805	27	0,0000	0,0747	0,0749	0,0096			
89,805	28	0,0000	0,1247	0,1250	0,0161			
89,806	29	0,0000	0,1750	0,1755	0,0225			
89,807	30	0,0000	0,2257	0,2264	0,0291			
89,808	31	0,0000	0,2770	0,2779	0,0357			
89,808	32	0,0000	0,3291	0,3301	0,0424			
89,808	33	0,0000	0,3821	0,3833	0,0492			
89,808	34	0,0000	0,4362	0,4376	0,0562			
89,809	35	0,0000	0,4916	0,4932	0,0633			
89,809	36	0,0000	0,5485	0,5503	0,0706			
89,810	37	0,0000	0,6073	0,6094	0,0782			
89,811	38	0,0000	0,6683	0,6706	0,0861			
89,812	39	0,0001	0,7318	0,7344	0,0943			
89,812	40	0,0001	0,7985	0,8014	0,1029			
89,813	41	0,0001	0,8689	0,8722	0,1120			
89,813	42	0,0001	0,9439	0,9477	0,1217			
89,813	43	0,0001	1,0246	1,0290	0,1321			
89,814	44	0,0001	1,1126	1,1177	0,1435			
89,816	45	0,0001	1,2102	1,2163	0,1561			
89,817	46	0,0002	1,3210	1,3283	0,1705			
89,818	47	0,0002	1,4508	1,4600	0,1874			
89,818	48	0,0002	1,6112	1,6235	0,2084			
89,828	49	0,0005	1,8286	1,8475	0,2930			
89,828	50	0,0006	2,2004	2,2433	0,3506			

u	desvio	0,009907006
0,14142	xbarra	89,80426632
	SS tot	0,00480929
	m	47,20264855
	s	60,67784878
(interpolado)	b	0,068570835
	W	0,977682636
	média	-3,850772537
	desvio	0,468903638
	z	0,103181728
	p- value	0,458909371